10A3	الرُّسوم البيانيِّة في علم الجبر Graphing	الجبر ALGEBRA

المؤشِّر

بنهاية هذه الوحدة الدِّراسيَّة، سيكون الطَّلبة قادرين على:

رسم و تفسير مجموعة من المنحنيات الَّتي تتضمَّن منحنيات المستقيمات، القطع المكافئ والمنحنيات الأسِّيَّة.

Indicator

By the end of the grade, students will be able to:

- Draw and interpret a variety of curves including lines, parabola and exponential curves

Students learn to ::يتعلَّم الطّالب أن:		**Learning Outcomes**	**مُخرجات التَّعلّم**
Emerging مُبتدئ	**Developing** مُتقدِّم	**Mastered** مُتقن	**مُخرَج التَّعلّم Learning Outcome**
يطابق الرُّسومات البيانيَّة الخطِّيَّة الممثِّلة لمواقف حياتيَّة عمليَّة **بوصف مُعطى.** **Interpret graphs** of real-life situations and **use to solve problems**	**يفسِّر الرُّسومات البيانيَّة** الممثِّلة لمواقف من واقع الحياة و يصفها بمصطلحات واقعيَّة **Interpret graphs** of real-life situations and **describe** in real terms	**يفسِّر الرُّسومات البيانيَّة** الممثِّلة لمواقف من واقع الحياة و يستخدمها **في حلِّ المسائل** **Interpret graphs** of real-life situations and **use to solve problems**	**10A3.1**
يرسم نقاطا من بيانات تجريبيَّة أو جداول، **يميِّز العلاقة الخطِّيَّة و يكون الخطِّ** الأفضل مطابقة **Plot points** from experimental data or tables, **recognize a linear relationship**, and **form a line** of best fit	يرسم نقاطاً من بيانات تجريبيَّة أو جداول و **يفسر العلاقة** Plot points from experimental data or tables, and **interpret the relationship**	يقارن الرُّسومات البيانيَّة الَّتي تمثِّل **بيانات حقيقيَّة ويحلّ المسائل** الَّتي تتضمَّن علاقات Compare graphs of **real data and solve problems** involving relationships	**10A3.2**
يكتب معادلة **خطٍّ مستقيم بسيط على صورة** $\boldsymbol{y = mx + c}$ Write the equation of a **simple line** in $\boldsymbol{y = mx + c}$ **form**	يكتب معادلة الخطِّ المستقيم على صورة $y = mx + c$ Write the equation of a line in $y = mx + c$ form	يكتب معادلة الخطِّ المستقيم بمعلوميَّة **المَيْل (التَّدرُّج) ونقطة واحدة أو نقطتين** واقعتين على الخطِّ Write the equation of a line given the **gradient and one point or two points** on the line	**10A3.3**
يوجد **مَيْل** مستقيم **متوازٍ** مع مستقيم مُعرَّف ويكتب معادلته Find the **gradient** of a line which is **parallel** to a given line and write its equation	يوجد **مَيْل** مستقيم **عموديٍّ** على مستقيم مُعرَّف و يكتب معادلته Find the **gradient** of a line **perpendicular** to a given line and write its equation	يوجد مَيْل المستقيمات المتوازية و المتعامدة و يستخدمها في **حلِّ المسائل** Find gradients of lines which are parallel and perpendicular and use to **solve problems**	**10A3.4**
يخطط الرَّسم البيانيّ لمستقيم معادلته على صورة $\boldsymbol{y = mx + c}$ **Draw the graph** of a line written in $\boldsymbol{y = mx + c}$ form	يخطِّط الرَّسم البيانيّ لمستقيم بعد **إعادة ترتيب** المعادلة. Draw the graph of a line after **rearranging** the equation	يخطِّط الرَّسم البيانيّ لمستقيم عن طريق إيجاد **الأجزاء المقطوعة من محوري السِّيانات و الصَّادات.** Draw the graph of a line by finding the **x and y intercepts**	**10A3.5**
يخطط الرُّسومات البيانيَّة لأشكال **القطوع المكافئة** المُعرَّفة بالصِّيغة Draw graphs of **parabolas** of the form $\boldsymbol{y = x^2 \pm a}$ and relate these to **transformations of** $\boldsymbol{y = x^2}$	يخطط الرُّسومات البيانيَّة لأشكال القطوع المكافئة المُعرَّفة بالصِّيغة Draw graphs of parabolas of the form $\boldsymbol{y = (x - b)^2}$ and relate these to transformations of $y = x^2$	يخطط الرُّسومات البيانيَّة لأشكال القطوع المكافئة المُعرَّفة بالصِّيغة $\boldsymbol{y = (x - b)^2 \pm c}$ and relate these to transformations of $y = x^2$	**10A3.6**

Students learn to :: يتعلّم الطّالب أن		Learning Outcomes	مُخرجات التّعلّم
Emerging مُبتدئ	**Developing** مُتقدّم	**Mastered** مُتقِن	
يخطط الرُّسومات البيانيَّة للقطوع المكافئة في صورة Draw graphs of parabolas of the form $$\boldsymbol{y = (x \pm a)(x \pm b)}$$	يخطط الرُّسومات البيانيَّة للقطوع المكافئة في صورة $\boldsymbol{y = x^2 + ax + b}$ عن طريق **التَّحليل**. Draw graphs of parabolas of the form $$\boldsymbol{y = x^2 + ax + b}$$ by **factorizing**	يخطط الرُّسومات البيانيَّة للقطوع المكافئة حيث مُعامِلات $\boldsymbol{x^2}$ **مختلفة عن 1**، و يستخدمها في حلِّ المسائل. Plot graphs of **parabolas** with coefficients of $\boldsymbol{x^2}$ **other than 1** , and use to solve problems	**مُخرَج التّعلّم** **Learning Outcome** **10A3.7**
يحلّ **المعادلات الآنيَّة البسيطة الّتي تتضمَّن منحنى وخطًّا مستقيمًا عن طريق قراءة الرُّسومات البيانيَّة**. Solve **simple simultaneous equations involving a curve and a line – by reading graphs**	**يحلّ المعادلات الآنيَّة البسيطة** الّتي تتضمَّن منحنى وخطًّا مستقيمًا **بالطَّريقة الجبريَّة**. Solve **simple simultaneous equations** involving a curve and a line **by algebra**	**يحلّ المعادلات الآنيَّة** الّتي تتضمَّن منحنى وخطًّا مستقيمًا و يفسّر النَّتائج. **Solve simultaneous equations** involving a curve and a line and interpret results	**10A3.8**
يخطط الرُّسوم البيانيَّة للدَّوالّ الأسِّيَّة **البسيطة** $\boldsymbol{y = a^x}$ Graph **simple** exponential functions, $\boldsymbol{y = a^x}$	يخطط الرُّسوم البيانيَّة للدَّوالّ الأسِّيَّة $\boldsymbol{y = ka^x}$ Graph exponential functions, $\boldsymbol{y = ka^x}$	يخطط الرُّسوم البيانيَّة للدَّوالّ الأسِّيَّة $y = ka^x$ **و يربطها بتطبيقات من واقع الحياة**. Graph exponential functions, $y = ka^x$ and **relate to real-life applications**	**10A3.9**

10A3.1

ملاحظات توضيحيّة

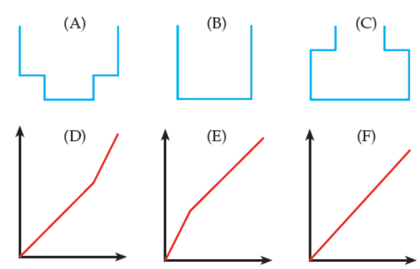
- خلال السَّنوات الدِّراسيَّة السَّابقة، تعلّم الطّلبة تفسير الرُّسومات البيانيَّة الخطِّيَّة الممثِّلة لمعلومات من الحياة العمليَّة. وعلى الأخصّ فإنَّهم قد درسوا الرُّسومات البيانيَّة للعلاقة بين المسافة مع الزمن والسُّرعة مع الزمن، وقاموا بتفسيرها من خلال رحلات في واقع الحياة. يواصل الطّلبة في الصَّفّ 10 تلك الدِّراسة لمجموعة متنوِّعة من الرُّسومات البيانيَّة بما في ذلك الرُّسومات البيانيَّة غير الخطِّيَّة، أي تلك الرُّسومات البيانيّة الّتي يكون مَيْلها غير ثابت. ويجب عليهم ربط المَيْل الموجب بعلاقة تناسب مباشر (طرديّ) والميل السَّالب بعلاقة تناسب عكسيّ في سياق الحياة العمليَّة.
- **بالنِّسبة للمستوى المبتدئ**: يربط الطَّلبة أوصاف مواقف من واقع الحياة برسومات بيانيَّة خطِّيَّة من خلال استخدام معلومات متعلِّقة بخصائص الرَّسم البيانيّ، بما في ذلك تفسير المَيْل والأجزاء المقطوعة من المحاور، مثال:

- In previous grades students learned to interpret linear graphs for real-life information. In particular they studied distance time and speed time graphs and interpreted these in terms of a real-life journey. In Grade 10 students continue this for a range of graphs including non-linear graphs, i.e. those for which the gradients are not constant. They should be relating positive gradients to direct proportion and negative gradients to inverse proportion in real-life contexts.
- For **Emerging**, students match descriptions of real-life situations to line graphs using information about features of the graph including interpreting slopes and intercept values e.g.

كلٌّ من الصَّهاريج A و B و C يتمُّ ملؤها بالماء بمعدَّل ثابت.

طابق أشكال الصَّهاريج بالرُّسومات البيانيَّة (D و E وF) الموضِّحة لارتفاع مستوى الماء والزمن المستغرق في ملء الصِّهريج.

Each of the containers A, B and C are filled with water at a steady rate.
Match the shape of the containers with the graphs (D, E and F), of the height of the water and the time taken to fill the container.



الحلّ:

الصِّهريج A– يبدأ سريعًا ثمَّ يبطئ – الرَّسم البيانيُّ E.

الصِّهريج B– يزداد الارتفاع بمعدَّل ثابت – الرَّسم البيانيُّ F.

الصِّهريج C – يبدأ ببطء ثمَّ يتسارع – الرَّسم البيانيُّ D.

Solution:

A – starts fast and then slows down – Graph E

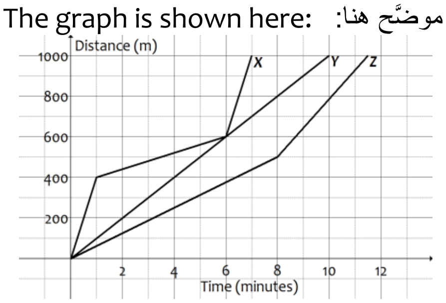
B – the height increases at a steady rate – Graph F

C – Starts slowly and then speeds up – Graph D

ثلاث صديقات؛ آمال وبشرى وجميلة، ركضن في سباق (مسافته 1 كيلومتر).
أ) طابق السِّباق الَّذي خاضته كلّ فتاة وفق الوصف أسفله بالرَّسم البيانيّ الموضِّح جانبًا.
ب) من فازت بالسِّباق؟ وكم بلغ متوسِّط سرعتها بالكيلومتر في السَّاعة؟
أمال: حافظت أمال على سرعة ثابتة طوال مدَّة السِّباق. لم تفاجأ بأنَّ إحدى الفتاتين الأخريين قد تجاوزتها في مرحلة مبكِّرة من السِّباق.
بشرى: تحبُّ بشرى الجري، فجرت بسرعة كبيرة في بداية السِّباق، ثمَّ أبطأت. ولأنَّها رغبت في الفوز، أسرعت مرَّة أخرى في نهاية السِّباق.
جميلة: بدأت جميلة السِّباق ببطء شديد لأنَّها لم تكن واثقة من قدرتها على استكمال السِّباق. وفي وقت لاحق من السِّباق، قرَّرت أنَّها تستطيع ذلك وزادت من سرعتها.

Three friends, Amal, Bushra and Jameela run a (1 km) race.
Here is a description of how each girl completed the race.
a) Match each girl's race to the graph shown below.
b) Who won the race? What was her average speed in km per hour?
Amal: Amal kept up a steady speed throughout the whole

The graph is shown here: الرَّسم البيانيُّ موضَّح هنا:



أ) أمال – الرَّسم البيانيُّ Y
بشرى – الرَّسم البيانيُّ X
جميلة – الرَّسم البيانيُّ Z
ب) فازت بشرى بالسِّباق.
استغرقت 7 دقائق لتركض 1 كيلومتر - لذا كانت سرعتها المتوسِّطة

$$\left(\frac{1}{7}\times 60 = 8.6\ \text{km}/h\right)$$

[لو لم تقم بزيادة سرعتها بعد 6 دقائق لكانت أمال تغلبت عليها].

a) Amal - Graph Y
Bushra – Graph X
Jameela – Graph Z

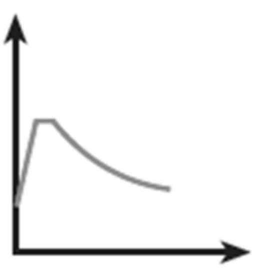
b) Bushra won the race.
She took 7 minutes to run 1 km – so her speed was
$\left(\frac{1}{7}\times 60 = 8.6\ \text{km h}^{-1}\right)$
[If she had not increased her speed after 6 minutes Amal would have beaten her].

race. She was not surprised that one of the others passed her early in the race.
Bushra: Bushra loves running. She ran very fast at the start of the race and then she slowed down. Because she wanted to win, she sped up again at the end of her race.
Jameela: Jameela started out quite slowly because she was not sure that she could complete 1 km. Later in the race she decided that she could and increased her speed.

- For **Developing**, students interpret graphs which have been drawn from real-life situations and give descriptions in real terms. The graphs can be non-linear and students should be able to describe the rate as slowing or increasing at a steady rate or a variable rate. Examples may be matching graphs to real-life situations or describing a graph in terms of real-life events e.g.

- **بالنسبة للمستوى المُتقدِّم:** يقوم الطّلبة بتفسير الرُّسومات البيانيَّة الممثِّلة لمواقف من واقع الحياة ووصفها باستخدام عبارات واقعيَّة. قد تكون الرُّسومات البيانيَّة غير خطِّيَّة، ويجب أن يكون الطّلبة قادرين على وصف معدَّل التَّغيُّر كمتزايد، متناقص، أو على نحو ثابت أو متغيِّر. تتضمَّن الأمثلة مطابقة رسومات بيانيَّة بمواقف من واقع الحياة أو وصف رسومات بيانيَّة لشرح أحداث من واقع الحياة، مثال:

يُغلى قدر من الماء ثم يُترك كي يبرد.
وتقاس درجة الحرارة على فترات منتظمة،
والرَّسم البيانيُّ أدناه يوضِّح درجات حرارة
المياه بالفترات الزَّمنيَّة:



صِف هذا الرَّسم البيانيَّ في ما يتعلَّق بتغيُّر
درجة الحرارة في كلِّ جزء من أجزاء
الرَّسم.

الحلُّ:

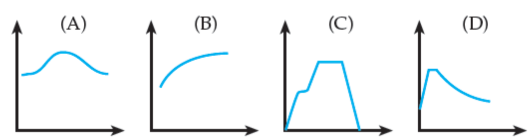
تزداد درجة الحرارة بمعدَّل ثابت مع تسخين المياه. بمجرَّد وصول درجة الحرارة إلى درجة الغليان، تبقى ثابتة. وعندما يتمُّ إبعاد المياه عن مصدر الحرارة، تبرد سريعًا جدًّا في البداية، ثمَّ يقلُّ معدَّل انخفاض درجة الحرارة.

Water is boiled and then left to cool. The temperature is measured at regular intervals and the temperature of the water is graphed against the time intervals. The shape of the graph is
Describe this in graph in terms of the change in temperature at each of the parts of the graph.

Solution:
The temperature increases steadily as the water is heated. Once the temperature reaches boiling point the temperature remains constant. When the water is removed from the heat it cools quite quickly at first but the drop in temperature slows down.

طابق كلَّ رسم من الرُّسومات البيانيَّة أدناه (A - D) بأحد المواقف التَّالية، من 1 إلى 4.

Match each of the graphs, A – d below to one of the situations, i – iv.



1) لم تعد أسعار السِّلع الغذائيَّة تزداد بسرعة كما كانت في السَّابق.
2) يقوم رافع أثقال برفع قضيب أعلى رأسه ويمسكه في هذا الوضع لمدَّة ثواني قليلة ثمَّ يسقطه على الأرض.
3) يُسكَب الماء في إناء، ويُغلى ثم يُترك كي يبرد.
4) يميل النَّاس إلى ربح المال في الأربعينيَّات والخمسينيَّات من أعمارهم أكثر ممَّا يفعلون وهم أكبر أو أصغر سنًّا.

الحل:
3 - D 2 – C 1 – B 4 - A

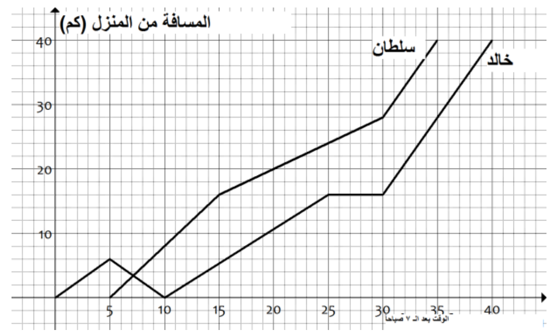
i. The price of groceries is not rising as fast as it used to be
ii. A weightlifter lifts a bar above his head, holds it for a few seconds and then drops it to the floor
iii. Water is poured into a kettle, boiled, and then left to cool down
iv. People tend to earn more money in their 40s and 50s than they do when they are older or younger

Solution:
A – iv, B – i, C – ii, D – iii

- **بالنِّسبة للمستوى المُتقِن**: يقوم الطَّلبة بمقارنة وتفسير الرُّسومات البيانيَّة الموضِّحة لمواقف من واقع الحياة ويقومون باستخدامها في حلِّ المسائل، مثل ما يلي:
- For **Mastered**, students compare and interpret graphs of real-life situations and use to solve problems e.g.

يوضِّح الرَّسم البيانيُّ أدناه رحلة سلطان وخالد، وهما جاران، في طريقيهما من المنزل إلى العمل.

The graph shows the journeys of Sultan and Khalid, who are neighbors, on their way from home to work.



الحلول

أ) خالد

ب) عاد خالد ليجلب حاسبه المحمول بعد 5 دقائق.

ج) توقَّف خالد في محطَّة الوقود السَّاعة 7:25 صباحًا.

د) تعطَّل سلطان لمدَّة 15 دقيقة بين السَّاعة الـ 7:15 والسَّاعة 7:30 صباحًا.

Solutions:

ه) Khalid

و) Khalid returned for his laptop after 5 mins.

ز) Khalid stops for petrol at 7:25 am

Sultan was held up for 15 mins between 7:15 and 7:30am

أ) من غادر المنزل أوَّلًا؟

ب) من منهما نسي حاسبه المحمول وعاد إلى المنزل لجلبه؟

ج) من منهما توقَّف في محطَّة الوقود لملء السَّيَّارة بالوقود؟

د) من منهما تعطَّل بسبب بطء السَّير وما مدَّة ذلك؟

ه) إذا سلك الرَّجلان نفس الطَّريق، فهل هناك نقطة يتخطَّى فيها أحدهما الآخر عندها؟

و) لو لم ينس خالد حاسبه المحمول وقاد سيَّارته بنفس السُّرعات، على أيِّ بُعدٍ من منزليهما كان سلطان سوف يتجاوزه.

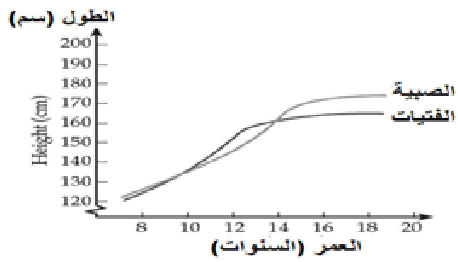
ز) تجاوز الرَّجلان أحدهما الآخر في السَّاعة 7:07 صباحًا عندما يتقاطع الخطَّان في الرَّسم البيانيِّ، خالد ذاهب إلى منزله وسلطان ذاهب إلى عمله.

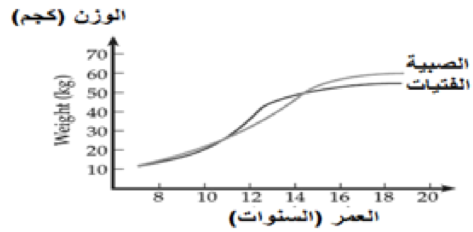
ح) لو لم يعد خالد إلى منزله، كان سلطان سيتجاوزه في النُّقطة الَّتي توقَّف فيها في محطَّة الوقود – إن حدث ذلك سيكون في السَّاعة 7:15 صباحًا وعلى بعد 16 كم من منزليهما.

a) Who left home first?
b) Which man forgot his laptop and had to return home for it?
c) Which man stopped at the garage to get petrol?
d) Who was held up by slow traffic and for how long?
e) If both men travelled on the same road, was there a point where one man passed the other?
f) If Khalid had not forgotten his laptop and he had travelled at the same speeds, at what distance from their homes would Sultan have passed him
g) The men may have 'passed 'each other. At 7 mins past 7am when the graphs cross, Khalid is travelling towards his house and Sultan is travelling towards work.
h) If Khalid had not returned home Sultan would have passed him at the point where he stopped at the garage for petrol - this would be at 7:15am and 16km from their homes.

تُظهر الرُّسومات البيانيَّة التَّالية التَّغيُّرات في الطّول والوزن خلال مرحلة المراهقة لدى الصِّبية والفتيات إذ ينمو الأشخاص بمعدَّلات مختلفة.

The graphs show the changes in height and weight during adolescence for boys and girls. Individuals will develop at different rates.





أ) أيٌّ من مجموعتَي الصِّبية أو الفتيات، تشير إلى ازدياد مبكِّر وسريع في الطُّول والوزن معًا؟

ب) في أيِّ عمر تتوقَّف الفتاة العاديَّة عن النُّموّ في الطُّول؟

ج) اشرح كيف يوضِّح الرَّسم البيانيُّ توقُّف الصَّبيّ العاديّ عن اكتساب الوزن عندما يكون عمره 18 عامًا تقريبًا؟

د) في أيِّ عمر يكون معدَّل النُّموّ في الطُّول هو الأسرع لدى الصِّبية؟

ه) أغلب الفتيات يكتسبن الوزن بشكل أسرع عندما يبلغن 12 عامًا تقريبًا. اشرح كيف يوضِّح الرَّسم البيانيُّ ذلك؟

a) Which group, boys or girls, shows an earlier rapid increase in both height and weight?

b) At what age does a typical girl stop growing in height?

c) Explain how the graph shows that a typical boy stops gaining weight at about age 18?

d) At what age is the growth in height fastest for a boy?

e) Most girls gain weight fastest when they are about 12. Explain how the graph shows this.

الحلول:

أ) تبدي الفتيات ازديادًا سريعًا في الطُّول والوزن بشكل مبكِّر عن الصِّبية إذ تزداد معدَّلات النُّموّ لدى الفتيات بسرعة بين أعمار الـ 10 و 12، بينما تزداد هذه المعدلات لدى الأولاد بين أعمار الـ 12 و14 كما هو موضَّح في الرَّسم البيانيّ.

ب) تتوقَّف الفتيات عن النُّموّ في الطُّول في عمر الـ 16 – يبدأ معدَّل نموّ الطُّول في الانخفاض لدى الفتيات في عمر الـ 14 ويثبت الطُّول النِّهائيُّ للفتيات في عمر الـ 16 تقريبًا.

ج) في عمر الـ 18، يستوي الخطُّ الخاصُّ بالوزن بالنِّسبة للصِّبية ليشير إلى الوزن النِّهائيّ.

د) يرتفع الخطُّ الخاصُّ بالطُّول لدى الصِّبية بشدَّة بين العامَين الـ 13 و14– وهو العمر الذي يكون فيه معدَّل النُّموّ في الطُّول لدى الصِّبية هو الأسرع.

ه) يكون الرَّسم البيانيُّ الخاصُّ بالوزن لدى الفتيات أكثر انحدارًا عند عمر الـ 12.

Solutions:

a) Girls show an earlier rapid gain in height and weight than boys – their graphs increase quickly between ages 10 and 12, for boys this increase comes between 12 and 14.

b) Girls stop increasing in height at about age 16 – they slow down at 14 and settle to final height at about 16.

c) At 18 the graph for weight for boys flattens to the final weight.

d) The height graph for boys is steepest between 13 and 14 – this is the age at which their growth in height is fastest

e) The graph for weight for girls is steepest at age 12.

متقن (مُخرَج التعليم) Mastered (Learning Outcome)	متقدم Developing	مبتدئ Emerging	
يقارن الرُّسومات البيانيَّة الَّتي تمثِّل **بيانات حقيقيَّة ويحلّ المسائل** الَّتي تتضمَّن علاقات Compare graphs of **real data** and **solve problems** involving relationships	يرسم نقاطاً من بيانات تجريبيَّة أو جداول و يفسر العلاقة **Plot points from experimental data or tables, and interpret the relationship**	**يرسم نقاطا** من بيانات تجريبيَّة أو جداول، **يميّز العلاقة الخطِّيَّة و يكون الخطّ** الأفضل مطابقة **Plot points** from experimental data or tables, **recognize a linear relationship**, and **form a line** of best fit	10A3.2

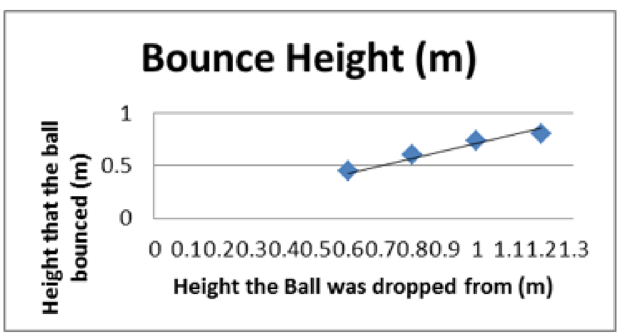
Explanatory Notes ملاحظات توضيحيَّة

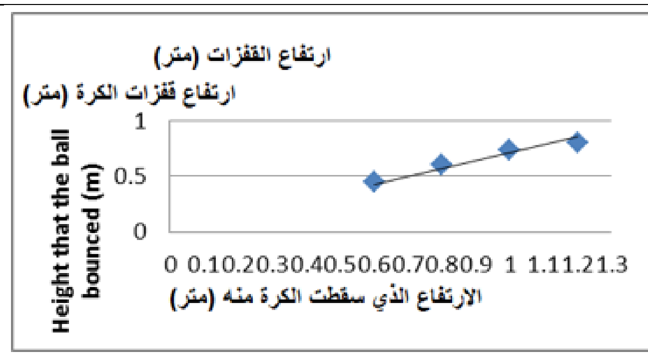
- In previous grade levels, students learned to graph linear relationships from tables of values and to compare similarities and differences between the graphs drawn.
- In Grade 10 students plot points arising from experimental data, collected either from their own experiments or in tabled form from other sources. They make judgements about the shape of the data (linear or non-linear), form lines of best fit and make statements about proportion and rates of change. They relate the shape of the graph to the behavior of the data.

- خلال السَّنوات الدِّراسيَّة السَّابقة، تعلَّم الطَّلبة رسم علاقات خطِّيَّة من جداول قيم، والمقارنة بين أوجه الشبه والاختلاف بين الرُّسومات البيانيَّة الَّتي قاموا برسمها.
- في الصَّفِّ الـ 10، يقوم الطَّلبة برسم نقاط تنشأ من بيانات تجريبيَّة تمَّ جمعها سواء من تجاربهم الخاصَّة أو بيانات من جداول قادمة من مصادر أخرى. يصدرون أحكامًا بشأن شكل البيانات (خطِّيَّة أو غير خطِّيَّة) ويكوِّنون خطوطًا مطابقة بشكل أفضل للبيانات ويصدرون بيانات وملاحظات بشأن التَّناسب ومعدَّلات التَّغيُّر. ويقومون بربط شكل الرَّسم البيانيِّ بسلوك البيانات.

- For **Emerging**, students plot points obtained from experiments, judge the points as linear make a line and interpret the slope of the line. e.g.
- Students may collect data about the height that a ball bounces after it is dropped from different heights. They then plot these points and join to make the line of best fit. Students might compare different types of ball and describe the results in terms of the slopes of the graphs formed

- **بالنِّسبة للمستوى المُبتدئ**: يقوم الطَّلبة برسم نقاط مأخوذة من تجارب ويقرّرون ما إذا كانت النِّقاط خطِّيَّة، ويكوِّنون خطًّا ويفسِّرون درجة مَيْل الخطِّ، مثل ما يلي:
- قد يقوم الطَّلبة بجمع بيانات بشأن الارتفاع الَّذي تقفز به الكرة عند إسقاطها من ارتفاعات مختلفة. ثم يقومون برسم هذه النِّقاط ويصلونها ببعضها لصنع الخطِّ الأفضل تطابقًا. قد يقارن الطَّلبة بين الأنواع المختلفة من الكرات ويقومون بشرح النَّتائج في ما يتعلَّق بدرجات المَيْل الموضَّحة في الرُّسومات البيانيَّة الَّتي قاموا بتكوينها.





Drop height (m)	Height of first bounce (m)
0.6	0.16
0.8	0.45
1.0	0.74
1.2	0.78

ارتفاع نقطة السقوط (متر)	ارتفاع أول قفزة (متر)
0.6	0.16
0.8	0.45
1.0	0.75
1.2	0.78

Students recognize the points as forming a straight line, draw a line of best fit (by eye and passing through (0, 0)). Statements about the graph might be that; The relationship between the height that the ball is dropped from and the height that it bounces is directly proportional – i.e. as the 'drop height' is increased the 'bounce height' will also increase.

يتبيَّن للطَّلبة أنَّ النِّقاط تشكِّل خطًّا مستقيمًا، ويقومون برسم الخطِّ ذي الأفضل مطابقة (بالنَّظر ومارًّا بالنُّقطة (0,0)).
قد تكون الملاحظات الموضّحة لطبيعة الرَّسم البيانيِّ متعلِّقة بكون العلاقة بين الارتفاع الَّذي تسقط الكرة منه والارتفاع الَّذي ترتدُّ إليه هي علاقة نسبيَّة مباشرة – على سبيل المثال، عندما يزداد "ارتفاع نقطة السُّقوط"، يزداد "ارتفاع الارتداد (القفزات)" أيضًا.

For **Developing**, students plot points, which may not form a straight line, from experimental data or from tabled values. They make statements about the relationship between the variables based on features of the graph. For example they might use tangents to the curve to explain how the dependent variable is changing, e.g.

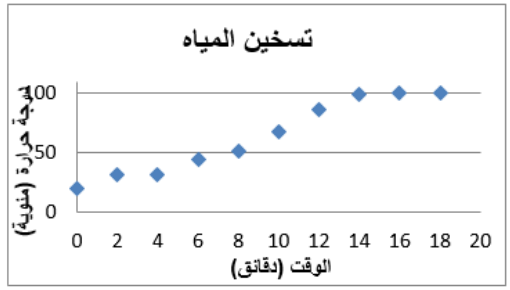
بالنِّسبة للمستوى المُتقدِّم: يقوم الطّلبة برسم نقاط، قد لا تشكِّل خطًا مستقيمًا، من بيانات تجريبيَّة أو من جداول قيم. ويدوّنون ملاحظات بشأن العلاقة بين المتغيّرات استنادًا إلى خصائص الرَّسم البيانيّ. على سبيل المثال، يمكنهم استخدام المماسّ للمنحنى لشرح كيفيَّة تغيُّر المتغيّر التَّابع، مثل ما يلي:

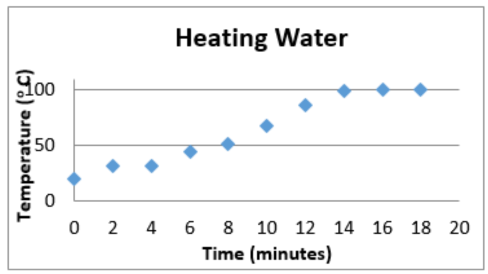
Students work from tabled data showing the temperature change of water as it is heated.
They plot the points on a graph.

يعمل الطّلبة من خلال بيانات موضَّحة في شكل جدول بخصوص تغيُّر درجة حرارة المياه عند تسخينها.
يقومون بتعيين النِّقاط في رسم بيانيّ.

درجة حرارة (مئوية)	الوقت (دقائق)
20	0
32	2
32	4
44	6
52	8
68	10
86	12
99	14
101	16
100	18

Time (min)	Temp (°C)
0	20
2	32
4	32
6	44
8	52
10	68
12	86
14	99
16	101
18	100





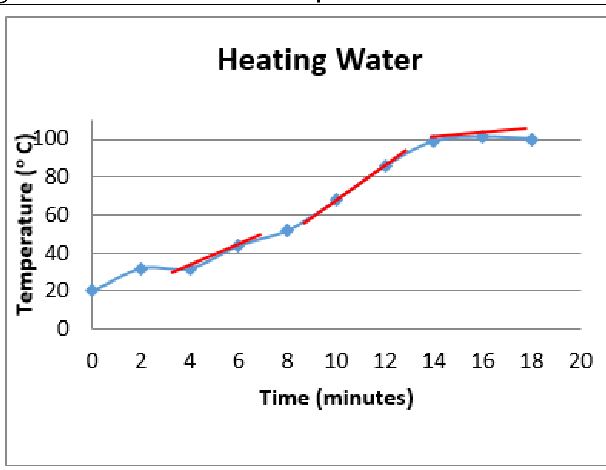
They make statements about the curve such as;

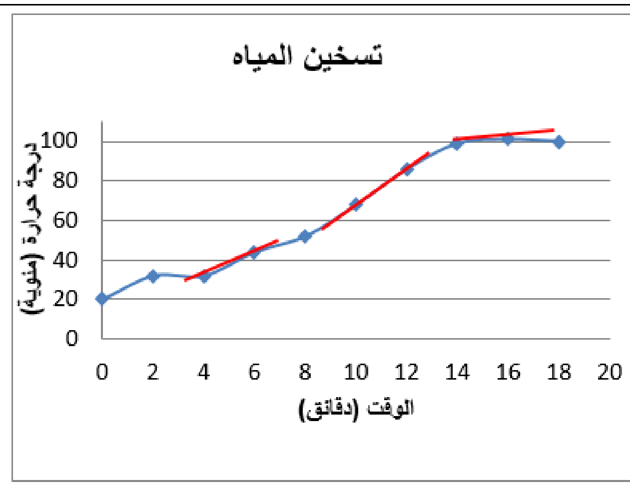
- The relationship is not linear.
- It appears that the water starts heating slowly, then heats faster and then slows again to a constant temperature.

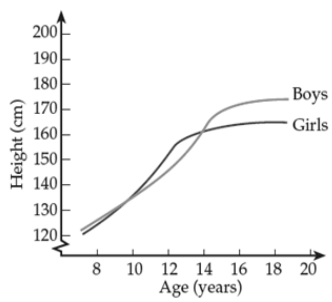
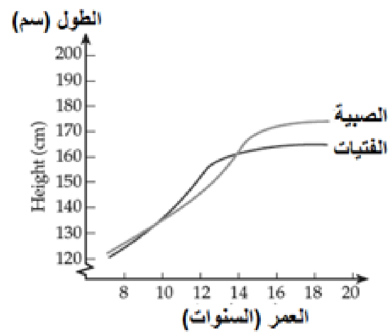
Students could join the points to form a curve and draw tangents to show variable slope.

يكتب الطّلبة ملاحظات بشأن المنحنى مثل:
- العلاقة غير خطِّيَّة.
- يبدو أنَّ تسخين المياه يبدأ بطيئًا ثمَّ يتسارع ثمَّ يبطئ مرَّة أخرى ليصل إلى درجة حرارة ثابتة.

يستطيع الطَّلبة توصيل النِّقاط ببعضها لتشكيل منحنى ورسم خطوط مماسّ لتوضيح تغيُّر المَيْل.

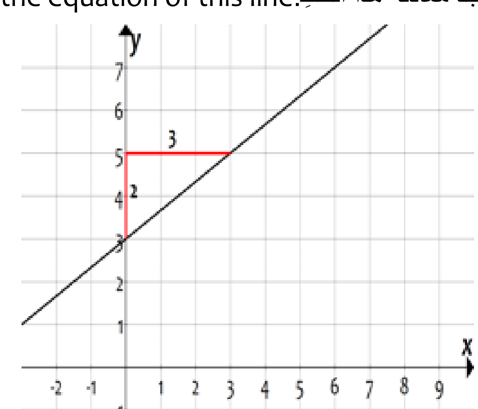


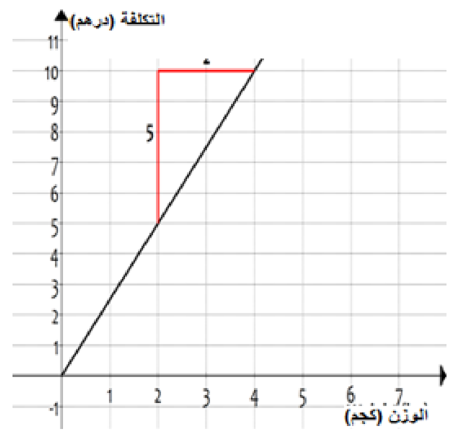


▪ For **Mastered,** students compare graphs of linear and non-linear relationships and answer questions about these or describe the data in relation e.g.	▪ **بالنسبة للمستوى المُتقِن :** يقارن الطَّلبة بين الرُّسومات البيانيَّة الَّتي توضِّح علاقات خطِّيَّة وأخرى غير خطِّيَّة ويجيبون عن الأسئلة المطروحة في هذا الشأن أو يفسِّرون البيانات الخاصَّة بهذه العلاقات، مثل ما يلي:
Describe what the graphs below tell us about the growth patterns of boys and girls between the ages of 7 and 20. Students make statements like; At 7 girls are generally shorter than boys. Between 9 and 12 girls grow faster than boys and their average height is greater than the boys by the age of 11. Boys grow steadily until the age of 13 when their height begins to increase rapidly until the age of 16. Girls have reached their adult height by the age of 17; for boys this age is closer to 19.	صِف ما يوضِّحه الرَّسم البيانيُّ التَّالي بشأن أنماط النُّموِّ لدى الصِّبية والفتيات في العمر من سنّ 7 إلى 20 عامًا. قد يكتب الطَّلبة ملاحظات مثل: في سنّ الـ 7 أعوام، تكون الفتيات بشكل عامٍّ أقصر من الأولاد. بين عمر الـ 9 و 12 عامًا، تنمو الفتيات بشكل أسرع من الصِّبية ويكون متوسِّط الطُّول لديهنَّ أكبر منه لدى الصِّبية في عمر الـ 11 عامًا. ينمو الصِّبية على نحو ثابت حتَّى عمر الـ 13 عامًا، حينها يبدأ طولهم في الزِّيادة بسرعة حتَّى عمر الـ 16 عامًا. تصل الفتيات إلى طول البلوغ بحلول عامهنَّ الـ 17، بينما يصل الصِّبية إلى طول البلوغ في عمر الـ 19 عامًا تقريبًا.
	

مُبتدئ Emerging	مُتقدِّم Developing	مُتقِن Mastered	(مُخرَج التّعلّم)
يكتب معادلة **خطٍّ مستقيم بسيط على صورة** $\boldsymbol{y = mx + c}$ Write the equation of a **simple line** in $\boldsymbol{y = mx + c}$ **form**	يكتب معادلة الخطِّ المستقيم على صورة $y = mx + c$ Write the equation of a line in $y = mx + c$ form	يكتب معادلة الخطِّ المستقيم بمعلوميَّة **المَيْل (التَّدرُّج) ونقطة واحدة أو نقطتين** واقعتين على الخطِّ Write the equation of a line given the **gradient and one point or two points** on the line	**10A3.3**

Explanatory Notes ملاحظات توضيحيَّة

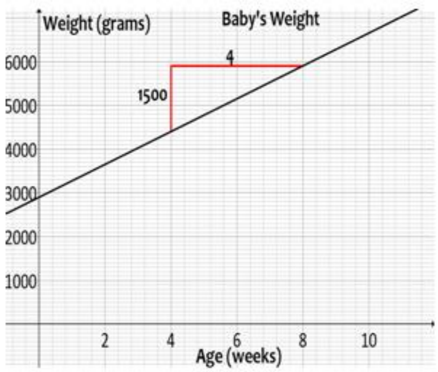
▪ In previous grade levels, students learned to find gradients of graphs using $\frac{rise}{run}$ for lines with both simple unit scales and other scales, They also found gradients of lines using two points on the line and the relationship $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. They used the y-intercept, c to write line equations in the form $\boldsymbol{y = mx + c}$. ▪ In grade 10 students have the opportunity to revise these skills and to interpret the results in terms of rates in real situations. They learn to use algebraic means to find the equations of lines given two points or given the gradient and one point on the line, not the y-intercept.	▪ خلال السَّنوات الدِّراسيَّة السَّابقة، تعلَّم الطَّلبة كيفيَّة ايجاد مَيْل الرُّسومات البيانيَّة باستخدام الصِّيغة $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ للخطوط سواء باستخدام وحدات مقياسيَّة بسيطة أو باسخدام غيرها مقاييس، كما أوجدوا أيضًا المَيْل بواسطة نقطتين على الخطِّ باستخدام العلاقة $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $(x_2 \neq x_1)$. واستخدموا الجزء المقطوع من محور y ‏(y-intercept)، c لكتابة معادلات الخطوط على صورة $\boldsymbol{y = mx + c}$ ▪ في الصَّفِّ 10، يحظى الطَّلبة بفرصة مراجعة هذه المهارات وتفسير النَّتائج بدلالة المعدَّلات في مواقف الحياة العمليَّة. سيتعلَّم الطَّلبة استخدام الوسائل الجبريَّة لإيجاد معادلات الخطوط بمعرفة نقطتين أو بمعرفة المَيْل ونقطة واحدة على الخطِّ، وليس عن طريق الجزء المقطوع من محور y.
▪ For **Emerging**, students read values for the sides of a right angled triangle connecting whole number points, off a graph where the scales on each axis are simple single units. They use the relationship $\frac{rise}{run}$ to form the gradient. They read off the value of the y-intercept to form an equation Students recognize lines parallel to the x-axis as having a y – intercept and a gradient of 0 and form equations in the form $y = c$. In the same way they recognise lines parallel to the y-axis as having an 'infinitely steep', so undefined gradient and no y- intercept and learn to write these lines in the form, $x = b$ e.g.	▪ **بالنسبة للمستوى المُبتدئ:** يقوم الطَّلبة بتعيين أطوال أضلاع المثلَّث القائم الذي يصل نقاط ذات إحداثيَّات يمثِّلها أعداد صحيحة من رسم بيانيٍّ حيث يكون مقياس الرَّسم على كلِّ محور وحدة مقياس بسيطة. ثمَّ يستخدمون هذه القيم في الصِّيغة $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ لإيجاد قيمة المَيْل. كما يقومون بقراءة قيمة المقطع من محور y لتكوين معادلة الخطِّ. ويتعرَّف الطَّلبة على الخطوط الموازية لمحور السِّينات كونها خطوطًا لها مقطع مع محور الصَّادات ومَيْلها مساوٍ للصِّفر، وتكتب معادلاتها على صورة $y = c$ ، وبنفس الأسلوب يتعرَّفون على الخطوط الموازية لمحور الصَّادات على أنَّها خطوط "ذات مَيْل (إنحدار) لا نهائيٍّ" وليس لها مقطع مع محور الصَّادات وتكتب معادلتها على صورة $x = b$.
Solution: الحلُّ: From the values on the triangle; من خلال القيم على المثلَّث: y – intercept $c = 3$ ، y الجزء المقطوع من المحور So the equation is تصبح المعادلة إذًا كما يلي: y	Find the equation of this line. أوجد معادلة هذا الخطِّ 

Solution: الحلُّ: $m = \frac{-4}{2}$= -2 $c = 11$ Equation is; المعادلة هي: $H = 11 - 2t$	أوجد معادلة توضِّح ارتفاع الشمعة بعد عدد t من السَّاعات. Find an equation for the height of the candle after x hours. 
Solution: الحلُّ: $m = \frac{5}{2}$ $c = 0$ Equation is: المعادلة هي: $C = \frac{5}{2}w$	يوضِّح الرَّسم البيانيُّ العلاقة بين وزن الحلويات، في متجر للحلويات، والتَّكلفة. اكتب المعادلة: The graph shows the relaionship between the weight of sweets from a sweet shop and the cost. Write the equation. 

- For **Developing,** students calculate gradients from graphs where they need to interpret the scale used on the graph. They use the intercept on the vertical axis to write the equation of the line in $\boldsymbol{y = mx + c}$ form e.g.

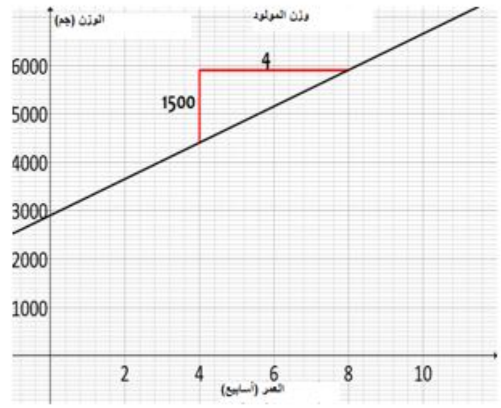
- **بالنسبة للمستوى المُتقدِّم:** يستطيع الطَّلبة حساب المَيْل من خلال الرُّسومات البيانيَّة حيث يقومون بتفسير المقاييس المُستخدَمة في الرَّسم. ويستخدمون المَيْل والجزء المقطوع من محور الصَّادات في كتابة معادلة الخطِّ المستقيم على صورة $\boldsymbol{y = mx + c}$ ، مثال:

This graph shows the weight of a new born baby over the first weeks of its life.



a) At what rate is the baby's weight increasing?
b) How heavy was the baby at birth?
c) Write an equation which gives the baby's weight, W, over time.

يوضِّح هذا الرَّسم البيانيُّ وزن المولود الجديد في الأسابيع الأولى من حياته.



أ) بأيِّ معدَّل يزداد وزن المولود؟
ب) ما هو وزن المولود عند الولادة؟
ج) اكتب معادلة توضِّح وزن المولود (W) بمرور الوقت

Solutions:

د) Rate of increase = gradient of the graph

$$m = \frac{1500}{4}$$

$$m = 375$$

The baby's weight is increasing at the rate of 375 g per week.

ه) The baby weighed 2900 g (2.9 kg) at birth.
و) The equation is:

$$W = 375t + 2900$$

الحلول:

أ) معدَّل الزيادة = المَيْل في الرَّسم البيانيّ

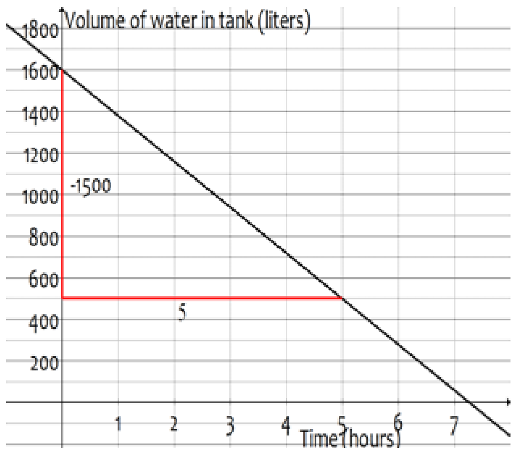
$$m = \frac{1500}{4}$$

$$m = 375$$

يزداد وزن المولود بمعدَّل 375 جرامًا في الأسبوع.

ب) كان المولود يزن 2900 جرامًا (2.9 كجم) عند الولادة.
ج) المعادلة هي:

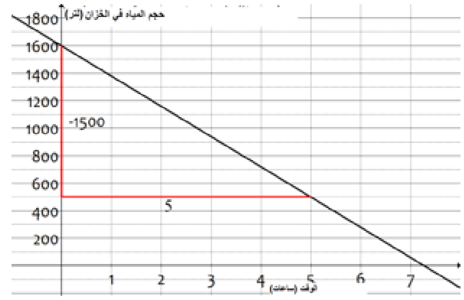
$$W = 375t + 2900$$



The water tank on Saif's farm has a small hole and the water is slowly leaking.
This graph shows the volume of water left after a number of hours has passed.

a) How many liters of water are in the tank when it is full?
b) Write an equation for the amount of water left in the tank after t hours.

How long does it take before the tank is empty? [Read the time from the graph or solve an equation.]



يوجد ثقب صغير في خزَّان المياه بمزرعة سيف، والماء يتسرَّب منه ببطء.

يوضِّح هذا الرَّسم البيانيُّ حجم المياه المتبقِّية في الخزَّان بعد مرور عدد من السَّاعات.

أ) كم لترًا من الماء موجود في الخزَّان وهو ممتلئ؟
ب) اكتب معادلة لتمثيل مقدار المياه المتبقِّية في الخزَّان بعد عدد (t) من السَّاعات.
ج) ما هو الوقت المستغرق حتَّى يصبح الخزَّان خاليًا من المياه؟ [تبيَّن الوقت من الرَّسم البيانيِّ أو حلِّ المعادلة].

Solutions:

ب) The full tank holds 1600 liters
ج) Gradient

$$m = \frac{-1100}{5} = -220$$

The equation is ;

$$V = 1600 - 220t$$

د) From the graph the time taken for the tank to empty is about $7\frac{1}{4}$ hours or 7 hours and 15 minutes.

By solving the equation

$$1600 - 220t = 0$$
$$220t = 1600$$
$$t = \frac{1600}{220}$$

$t = 7.27$ hours

الحلول:

أ) الخزَّان المليء يحتوي على 1600 لتر من الماء.
ب) المَيْل

$$m = \frac{-1100}{5} = -220$$

المعادلة هي:

$$V = 1600 - 220t$$

أ) كما يتَّضح من الرَّسم البيانيِّ، فإنَّ الوقت المُستغرق حتَّى يصبح الخزَّان خاليًا من الماء هو حوالى 7 ساعات وربع السَّاعة أو 7 ساعات و15 دقيقة.

وبحلِّ المعادلة:

$$1600 - 220t = 0$$
$$220t = 1600$$
$$t = \frac{1600}{220}$$

$t = 7.27$ ساعة

▪ For **Mastered**, students write line equations from a gradient, m, and one point, (x_1, y_1), using the formula $y - y_1 = m(x - x_1)$. They also use the formula $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ to find the gradient of the line joining two points and write its equation. This is the first time that students are writing gradients from two points which may not be graphed. It is a good idea for students to draw a sketch graph of the points to gain an idea of the sign of the gradient and to understand the formula. It is often easier for students to calculate the gradient first and use the gradient point formula rather than to use the formula $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$, e.g.	▪ **بالنسبة للمستوى المُتقِن:** يكتب الطَّلبة معادلات الخطوط المستقيمة بمعرفة المَيْل (m) ونقطة واقعة عليه (x_1, y_1) باستخدام الصِّيغة $y - y_1 = m(x - x_1)$. كما أنَّهم يستخدمون الصِّيغة $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ لإيجاد مَيْل الخطِّ الَّذي يربط بين نقطتين ويقومون بكتابة المعادلة. هذه هي المرَّة الأولى الَّتي يقوم فيها الطَّلبة بإيجاد المَيْل بمعلوميَّة نقطتين قد لا تكونان مرسومتين في الرَّسم البيانيّ. لذا، من الصَّواب أن يقوم الطَّلبة بتوقيع النِّقاط على رسم بيانيٍّ لكسب معرفة عن إشارة المَيْل ولفهم الصِّيغة المُستخدَمة. يكون من الأسهل عادةً أن يقوم الطَّلبة بحساب المَيْل أوَّلًا ثمَّ يستخدمون صورة المَيْل والمقطع بدلًا من تطبيق الصِّيغة $y - y_1 = \frac{{}_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ لإيجاد معادلة الخطِّ مثال:
Using the gradient and one point on the line. One side of a parallelogram has gradient $m = \frac{-5}{4}$. One of the vertices on this side is (5, 8). What is the equation of the line?	استخدام المَيْل ونقطة واقعة على الخطِّ المستقيم. أحد أضلاع متوازي أضلاع له مَيْل $m = \frac{-5}{4}$. إحداثيَّات إحدى الرُّؤوس الواقعة على هذا الضِّلع هي (5,8). ما هي معادلة الخطِّ المستقيم المحتوي على هذا الضِّلع؟

الحلُّ: Solution:

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$

$$(y - 8) = \frac{-5}{4}(x - 5)$$

$$4(y - 8) = -5(x - 5)$$

$$5x + 4y - 57 = 0$$

أو $4y = 57 - 5x$

Using two points :استخدام نقطتين

يلاحظ منصور أن ركوبه سيارة الأجرة لمسافة 15 كم تكلفه 60.50 درهم، وأن ركوبها لمسافة 5 كم تكلفه 25.50 درهمًا.

يرغب منصور في كتابة المعادلة الَّتي توضِّح تكلفة ركوبه لسيارة الأجرة حتَّى يتمكَّن من مقارنتها بأسعار شركة أخرى.

أ) أوجد المَيْل (سعر الكيلومتر الواحد) في الرَّسم البيانيّ الَّذي سيرسمه منصور.
ب) أوجد المعادلة الَّتي توضِّح تكاليف ركوب سيارة الأجرة.

Mansour notices that his taxi ride of 15 km costs him Dhs 60.50, and a 5 km ride cost him Dhs 25 50.

He wants to graph the equation which shows the cost of the taxi so that he can compare it to another company's charges.

a) Find the gradient (rate per km) of his graph.
b) Find the equation of the taxi costs.

Solution: :الحلُّ

أ) $(x_1, y_1) = (5, 25.5)$
و $(x_2, y_2) = (15, 60.5)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{60.50 - 25.50}{15 - 5} = \frac{35}{10} = \frac{7}{2}.$$

المَيْل هو $\frac{7}{2}$ وتكلفة الكيلومتر الواحد هي 3.50 درهمًا.

The gradient is $\frac{7}{2}$ and the per km rate is Dhs 3.50

ب) الخطُّ : Line $(y - 25.5) = \frac{7}{2}(x - 5)$

$$2(y - 25.5 = 7(x - 5)$$
$$2y - 51 = 7x - 35$$
$$2y = 7x - 35 + 51$$
$$y = \frac{7}{2}x + 8$$

حيث تمثِّل   تكلفة سيارة الأجرة
و   المسافة المقطوعة.

أو $C = 3.5d + 8$ حيث C هي تكلفة سيارة الأجرة و d هي المسافة المقطوعة.

و من ثمَّ، فإنَّ تكلفة الكيلومتر الواحد هي 3.50 درهمًا وتكلفة الاستئجار هي 8 دراهم.

Where y = cost of taxi
and x= distance travelled.

Or $C = 3.5d + 8$ C=cost of taxi,

d = distance travelled.

So per km rate is Dhs 3.50 and the hire fee is Dhs 8.

مُبتدئ **Emerging**	مُتقدِّم **Developing**	مُتقِن **Mastered**	
يوجد **مَيْل** مستقيم **متوازٍ** مع مستقيم مُعرَّف ويكتب معادلته Find the **gradient** of a line which is **parallel** to a given line and write its equation	يوجد **مَيْل** مستقيم **عموديٍّ** على مستقيم مُعرَّف و يكتب معادلته Find the **gradient** of a line **perpendicular** to a given line and write its equation	يوجد مَيْل المستقيمات المتوازية و المتعامدة و يستخدمها في **حلِّ المسائل** Find gradients of lines which are parallel and perpendicular and use to **solve problems**	**10A3.4**

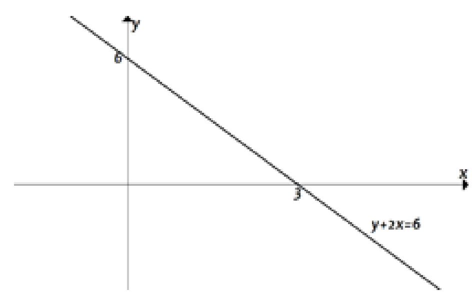
Explanatory Notes ملاحظات توضيحيَّة

- In previous grade levels, students learned to compare two lines and to recognize that parallel lines have equal gradients. In Grade 10 they use this to write the equation of a line parallel to a given line.
- In Grade 10 for the first time students compare the gradients of perpendicular lines and use the relationship, $m_1m_2 = -1$, to find the gradient of a line perpendicular to a given line.
- For **Emerging**, students use the relationship for parallel lines to write the gradient of a line parallel to one for which the gradient is known and use this and the y-intercept to write an equation e.g.

- خلال السَّنوات الدِّراسيَّة السَّابقة، تعلَّم الطَّلبة المقارنة بين مستقيمين وإدراك أنَّ المستقيمات المتوازية لها ميول متساوية.
في الصَّفِّ 10، يستعين الطَّلبة بتلك المعلومة لكتابة معادلة مستقيم يوازي مستقيمًا آخر معرَّفًا.
- في الصَّفِّ 10، يقارن الطَّلبة لأوَّل مرَّة بين مَيْل المستقيمات المتعامدة ويستخدمون العلاقة $m_1m_2 = -1$ لإيجاد مَيْل مستقيم عموديٍّ على مستقيم مُعرَّف.
- **بالنِّسبة للمستوى المُبتدئ**: يستخدم الطَّلبة العلاقة بين المستقيمات المتوازية لكتابة مَيْل مستقيم يوازي مستقيمًا آخر مَيْله معلوم، ويستخدمون ذلك مع المقطع من محور الصَّادات لكتابة المعادلة، مثال:

يمكن كتابة معادلة هذا المستقيم كالآتي:

The equation of this line can be written as



أ) ما مَيْل هذا المستقيم؟
ب) اكتب معادلة المستقيم الموازي لهذا المستقيم والذي يقطع محور الصَّادات عند 1-.

a) What is the gradient of this line?
b) Write the equation of the line that is parallel to this line and cuts the y-axis at -1.

الحلُّ: :

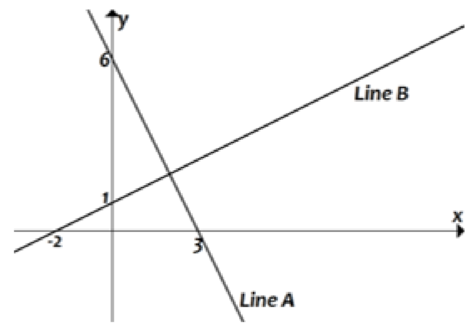
أ) المَيْل هو $m = \frac{-6}{3} = -2$ أو من إعادة ترتيب المعادلة.
ب) معادلة المستقيم المتوازي هي:

أو أيُّ صورة مكافئة مثل

Solution

a) The gradient is $m = \frac{-6}{3} = -2$, or from rearranging the equation.
b) The equation of the parallel line is;
$$y = -2x - 1$$
or variations of this, e.g.
$$2x + y + 1 = 0$$

▪ For **Developing,** students compare gradients of lines which are perpendicular and use the relationship $m_1m_2 = -1$ (or $m_2 = \frac{-1}{m_1}$) to find the gradient of a line perpendicular to a given line and the y −intercept to write the equation of the line e.g.	▪ **بالنِّسبة للمستوى المُتقدِّم**: يقارن الطّلبة ميول مستقيمات متعامدة ويستخدمون العلاقة $m_1m_2 = -1$ (أو $m_2 = \frac{-1}{m_1}$) لإيجاد مَيْل المستقيم العموديّ على مستقيم آخر مُعطى ويستخدمون الميل والمقطع مع محور الصَّادات من أجل كتابة معادلته، مثال:

الحلول: أ) ليكون المستقيمان متعامدين، يجب أن تكون الزاوية بينهما 90 درجة. a) For the lines to be perpendicular the angle between them must be 90°. ب) مَيْل المستقيم A: b) Gradient of Line A; $$m_A = \frac{-6}{3} = -2$$ Gradient of Line B: مَيْل المستقيم B: $$m_B = \frac{1}{2}$$ ج) العلاقة هي: c) The relationship is; $$m_Am_B = -1, i.e. -2 \times \frac{1}{2} = -1$$ أو $m_B = -\frac{1}{m_A}$	المستقيمات الموضَّحة في الرسم البيانيّ أدناه متعامدة. The lines shown on the graph below are perpendicular.  أ) اشرح كيف يمكنك توضيح تعامد المستقيمين. ب) أوجد مَيْل كل مستقيم. ج) ما هي العلاقة بين ميلي المستقيمين؟ a) Explain how you can show that the lines are perpendicular. b) Find the gradients of each line. c) What is the relationship between the gradients of the lines?
Solution: الحلّ: $3x - 4y = 12$ $4y = 3x - 12$ has gradient $m = \frac{3}{4}$ ميله هو يكون ميل المستقيم العموديّ على هذا المستقيم A line perpendicular to this line will have gradient $m_2 = -\frac{4}{3}$ And y-intercept 0. والمقطع من محور الصَّادات يساوي 0 Equation is:تكتب المعادلة كالآتي:	اكتب معادلة المستقيم العموديّ على المستقيم Write the equation of the line which is perpendicular to the line $3x - 4y=12$ والَّذي يمرُّ بنقطة الأصل. and which passes through the origin.

- For **Mastered**, students use the results for the gradients of parallel and perpendicular lines to solve problems.
- Some of these problems may also use the co-ordinate geometry results for mid-points, $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$, and distances between point, $d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$, that were studied in Grade 9. It is desirable that these problems be sketched to reinforce the relationships which were learned in Grade 9 e.g.

- **بالنِّسبة للمستوى المُتقِن**: يستعين الطَّلبة بنتائج ميول المستقيمات المتوازية والمتعامدة لحلِّ المسائل.
- كما قد يقتضي حلُّ بعض هذه المسائل الاستعانةَ بنتائج الهندسة التَّحليلية لنقاط الوسط $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ والبعد بين نقطتين $d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ الَّتي تمَّت دراستها في الصَّفِّ التَّاسع. من المستحسن أن يتمَّ رسم هذه المسائل لتعزيز المعرفة بالعلاقات الَّتي سبق تعلُّمها في الصَّفِّ التَّاسع، مثال:

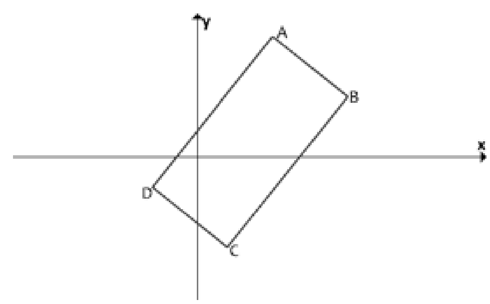
لرباعيِّ أضلاع نقاط ذات الإحداثيَّات التَّالية:
(5,8)A و B (10,4) وC (2,-6) و D(-3,-2).
بيِّن أنَّ رباعيَّ الأضلاع أعلاه هو مستطيل وليس مربَّعا.

[يُستحسن أن يقوم الطَّلبة بعمل رسم بيانيٍّ سريع للشَّكل]

A quadrilateral has points with coordinates;
$A\ (5,8), B(10,4), C(2,-6)$ and $D(-3,-2)$.

Show that this quadrilateral is a rectangle but not a square.

[It is a good idea to have students make a quick sketch of the shape]



Solution::الحلُّ

Gradients of sides: :ميل الأضلاع

$\overline{A}$

$\overline{B}$

$\overline{C}$

$\overline{D}$

ممَّا سبق، يتَّضح أنَّ $\overline{AB}$ و$\overline{CD}$ متوازيان و$\overline{BC}$ و$\overline{DA}$ متوازيان، فنستنتج أنَّ الشَّكل عبارة عن متوازي أضلاع، و $\overline{AB}$ و$\overline{BC}$ متعامدان و $\overline{CD}$ و $\overline{DA}$ متعامدان أيضًا، ومن ثمَّ فإنَّ الشَّكل هو مستطيل.
أطوال الأضلاع هي كما يلي:

So $\overline{AB}$ and $\overline{CD}$ are parallel and $\overline{BC}$ and $\overline{DA}$ are parallel so the shape is a parallelogram
And $\overline{AB}$ and $\overline{BC}$ are perpendicular and $\overline{CD}$ and $\overline{DA}$ are perpendicular so the shape is a rectangle.
Lengths of sides;

$\overline{AB}$; $\quad d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$\overline{AB}$ $\quad d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$$= \sqrt{(10-5)^2+(4-8)^2}$$
$$= \sqrt{41}$$

$\overline{BC}$ $\quad d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$$= \sqrt{(2-10)^2+(-6-4)^2}$$
$$= \sqrt{164}$$

لذلك فإنَّ الشَّكل ABCD هو مستطيل وليس مربَّعًا.

So $ABCD$ is a rectangle but not a square.

مُتقِن **Mastered**	مُتقدِّم **Developing**	مُبتدئ **Emerging**	
يخطِّط الرَّسم البيانيِّ لمستقيم عن طريق إيجاد **الأجزاء المقطوعة من محوري السِّيانات و الصَّادات.** Draw the graph of a line by finding the **x and y intercepts**	يخطِّط الرَّسم البيانيِّ لمستقيم بعد **إعادة ترتيب** المعادلة. Draw the graph of a line after **rearranging** the equation	**يخطط الرَّسم البيانيّ** لمستقيم معادلته على صورة $y = mx + c$ **Draw the graph** of a line written in $y = mx + c$ form	**10A3.5**

Explanatory Notes ملاحظات توضيحيَّة

▪ In previous grades students drew line graphs using tables of values and using the gradient – intercept line equation. They rearranged linear equations in the general form to this form to graph the line. In Grade 10 students revise these skills and also practice drawing a line by solving to find the intercepts of both axes and using these to draw the line.	▪ خلال السَّنوات الدِّراسيَّة السَّابقة، قام الطَّلبة بتخطيط الرُّسومات البيانيَّة للمستقيم باستخدام جداول القيم وباستخدام صورة المَيْل والمقطع لهذا الخطِّ. كما قاموا بإعادة ترتيب المعادلات الخطِّيَّة من صورتها العامَّة ليجعلوها على هذه الصُّورة من أجل تخطيط الرَّسم البيانيِّ للخطِّ. ▪ في الصَّفِّ 10، يراجع الطَّلبة تلك المهارات، ويقومون بالتَّدرُّب على رسم المستقيم عن طريق إيجاد الأجزاء المقطوعة من المحورين واستخدامها لرسم المستقيم.
▪ For **Emerging,** students draw graphs using the y-intercept and the gradient from lines that are expressed explicitly in the form $y = mx + c$. This includes lines that have a y-intercept of 0 and lines where $m = 0$, e.g. Draw graphs of ;	▪ **بالنِّسبة للمستوى المُبتدئ**: يخطِّط الطَّلبة الرُّسومات البيانيَّة باستخدام نقطة التَّقاطع مع محور الصَّادات والميل المستنتج من المستقيمات المعبَّر عنها صراحةً بالشَّكل $y = mx + c$. كما يشمل ذلك المستقيمات الَّتي يكون المقطع من محور y يساوي الصِّفر ، c = 0 ، والمستقيمات الَّتي يكون مَيْلها $m = 0$ مثال: خطِّط الرُّسومات البيانيَّة لما يلي:

$y = 3$	$y = x$	$y = -2x + 5$	$y = \frac{2}{3}x - 1$

▪ For **Developing,** students rearrange equations of lines to the $y = mx + c$ form to enable them to draw the line. This includes drawing lines parallel to the y-axis (for which the gradient is infinitely steep or undefined), and recognizing the lines $y = 0$ and $x = 0$ as equations of the x and y axes. e.g. Draw graphs of ;	▪ **بالنسبة للمستوى المُتقدِّم**: يعيد الطَّلبة ترتيب معادلات المستقيمات لتصبح في صيغة $y = mx + c$ كي يتمكنوا من رسم المستقيم، ويتضمَّن ذلك رسم مستقيمات موازية لمحور الصَّادات (يكون مَيْلها ذا انحدار لا نهائيٍّ أو غير محدد)، والتَّعرُّف على المستقيمات $y = 0$ و $x = 0$ باعتبارهما معادلتي المحورين y و مثال: خطِّط الرُّسومات البيانيَّة لما يلي:

$x = -3$	$2y = 8 - x$	$2x + y - 5 = 0$	$3y = 2x - 3$
المستقيم موازٍ لمحور الصَّادات Line parallel to y -axis	$y = -\frac{1}{2}x + 4$	$y = -2x + 5$	Solutions: *الحلول:* $y = \frac{2}{3}x - 1$

<table>
<tr>
<td>

- For **Mastered,** students use line equations to find the x and y intercepts and use these to draw the lines. This includes recognizing that the lines $x = a$ and $y = b$ are special cases having only an x-intercept or a y- intercept and are parallel to the x or y axis e.g.

</td>
<td>

- **بالنِّسبة للمستوى المُتقِن:** يستخدم الطَّلبة معادلات المستقيمات لإيجاد نقطتي المقطع من محور والمقطع من محور y واستخدامها في رسم المستقيمات. ويشمل ذلك إدراك أنَّ المستقيمات $x = a$ و $y = b$ هي حالات خاصَّة يكون لها مقطع من محور x فقط أو مقطع من محور y فقط وأنَّها توازي محور السِّينات أو محور الصَّادات، مثال:

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Solution: الحلُّ:

y– intercept نقطة التَّقاطع مع محور الصَّادات

$x = 0$

x– intercept نقطة التَّقاطع مع محور السِّينات:

$y = 0$

$3(0) + 2x = 6$

$x = 3$

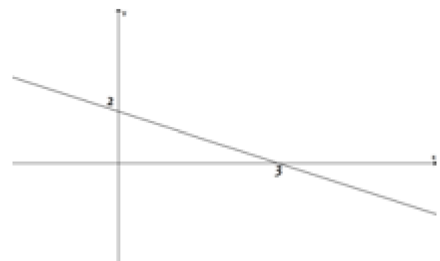
Graph الرَّسم البيانيُّ

</td>
<td>

أوجد المقطع من محور والمقطع من محور y وارسم المستقيم.

Find the x and y intercepts and graph the line

$3y + 2x = 6$



</td>
</tr>
<tr>
<td>

Solution: الحلُّ:

$x = 0$ y– intercept نقطة التَّقاطع مع محور الصَّادات

$0 + 2y + 10 = 0$

$y = -5$

$y = 0$ x– intercept نقطة التَّقاطع مع محور السِّينات

$x + 2(0) + 10 = 0$

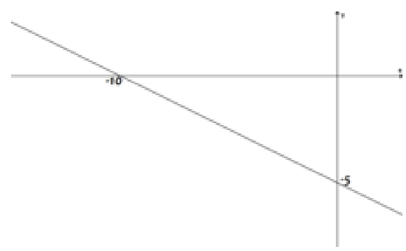
$x = -10$

Graph الرَّسم البيانيُّ

</td>
<td>

أوجد نقطتي التَّقاطع مع محوري السِّينات والصَّادات ثمَّ ارسم المستقيم.

Find the x and y intercepts and graph the line



</td>
</tr>
<tr>
<td>

Solution الحلُّ:

$x = 0$ y– intercept نقطة التَّقاطع مع محور الصَّادات

$y = \frac{2}{3}(0) - 4$

$y = -4$

$y = 0$ x– intercept نقطة التَّقاطع مع محور السِّينات

$0 = \frac{2}{3}x - 4$

$2x = 3 \times 4$

$x = 6$

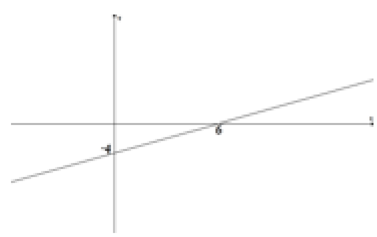
Graph الرَّسم البيانيُّ

</td>
<td>

أوجد نقطتي التَّقاطع مع محوري السِّيانات والصَّادات ثمَّ ارسم المستقيم.

Find the x and y intercepts and graph the line

y



</td>
</tr>
</table>

	مُتقِن **Mastered**	مُتقدِّم **Developing**	مُبتدئ **Emerging**
10A3.6	يخطط الرُّسومات البيانيَّة لأشكال القطوع المكافئة المُعرَّفة بالصِّيغة و يربطها بتحويلات $y = x^2$ Draw graphs of parabolas of the form $y = (x - b)^2 \pm c$ and relate these to transformations of $y = x^2$	يخطط الرُّسومات البيانيَّة لأشكال القطوع المكافئة المُعرَّفة بالصِّيغة و يربطها بتحويلات $y = x^2$ Draw graphs of parabolas of the form $y = (x - b)^2$ and relate these to transformations of $y = x^2$	يخطط الرُّسومات البيانيَّة لأشكال **القطوع المكافئة** المُعرَّفة بالصِّيغة و يربطها بتحويلات $\boldsymbol{y = x^2}$ Draw graphs of **parabolas** of the form $\boldsymbol{y = x^2 \pm a}$ and relate these to **transformations of** $\boldsymbol{y = x^2}$

Explanatory Notes ملاحظات توضيحيَّة

▪ In previous grade levels, students learned to plot graphs of the form $y = ax^2 \pm b$ by forming tables of values and plotting points. They identified graphs of parabolas and related the shapes to the sign of the x^2 component of the graph. In Grade 10 students extend their work with parabolas to include different forms of the equations and to drawing graphs by recognizing transformations of the $y = x^2$ graph and noting significant features of the graph. ▪ This outcome also involves matching graphs to equations and writing simple equations of given graphs. ▪ Students should begin the work on each type of graph by forming tables of values. They recognize the symmetry of the function first by the symmetry of the values in the table and relate this to the symmetry of the graph. ▪ Students should note the particular shape of the vertex of the parabola by plotting intermediate values between 0 and 1 and -1 and 0, e.g. plotting $(0.5, 0.25)$ and noting that this is responsible for the 'rounded' shape of the vertex. They should learn not to make the vertex of their sketched graphs either too sharp or too 'u' shaped. ▪ Students may be taught to notice the 'symmetry' of the graph of $y = x^2$ from the vertex in relation to sequence of odd numbers – this can help with the careful plotting of curves when using transformations as well as in recognizing when the coefficient of x^2 is greater or less than 1.	▪ خلال السَّنوات الدِّراسيَّة السَّابقة، تعلَّم الطَّلبة تخطيط الرُّسومات البيانيَّة في صيغة $y = ax^2 \pm b$ عن طريق تكوين جداول للقيم ورسم النِّقاط. كما قاموا بالتَّعرُّف على الرُّسومات البيانيَّة للقطع المكافئ وربط شكل الرَّسم البيانيِّ بإشارة الحدِّ المحتوي على x^2 . في الصَّفِّ 10، يتوسَّع الطَّلبة في دراسة حالات القطع المكافئ لتشمل صيغًا مختلفة للمعادلات مع تخطيط الرُّسومات البيانيَّة عن طريق التَّعرُّف على تحويلات الرَّسم البيانيِّ للمعادلة $y = x^2$ وملاحظة الخصائص المهمَّة لذلك الرَّسم. ▪ كما يتضمَّن هذا المُخرَج التَّعلُّميُّ مطابقة الرُّسومات البيانيَّة على المعادلات وكتابة المعادلات البسيطة لرسومات بيانيَّة معطاة. ▪ يجب أن يبدأ الطَّلبة العمل على كلِّ نوع من الرُّسومات البيانيَّة عن طريق تكوين جداول القيم. يتعرَّفون على تماثل الدالَّة أوَّلًا بالاستدلال بتماثل القيم الموجودة في الجدول وربطها بتماثل الرَّسم البيانيِّ. ▪ يجب على الطَّلبة ملاحظة الشَّكل الخاصِّ لرأس القطع المكافئ عن طريق رسم قيم متوسِّطة بين 0 و 1 وبين -1 و 0، مثل رسم النِّقاط (0.5، 0.25) وإدراك أنَّ هذه النِّقاط هي الَّتي تصنع الشَّكل "الدائريَّ" لرأس القطع. كما يجب على الطَّلبة تعلُّم عدم رسم القطع بحيث يكون رأسه حادًّا جداً أو شديد الشبه بالحرف اللَّاتيني U. ▪ يمكن تعليم الطَّلبة ملاحظة "التَّماثل" في الرَّسم البيانيِّ للمعادلة $y = x^2$ من خلال وضع رأس القطع بالنِّسبة إلى تسلسلة من الأعداد الفرديَّة، حيث أن ذلك سوف يساعدهم في رسم المنحنيات بشكل دقيق عند استخدام التحويلات وأيضًا في التَّعرُّف على الحالات الَّتي يكون فيها مُعامِل $\boldsymbol{x^2}$ أكبر أو أقلَّ من 1.
▪ For **Emerging**, students draw graphs of $\boldsymbol{y = x^2 \pm a}$, and of $\boldsymbol{y = -x^2 \pm a}$, first by plotting points and then by using transformations of $\boldsymbol{y = x^2}$. They also match graphs to equations and write equations of graphs e.g.	▪ بالنِّسبة **للمستوى المُبتدئ**: يخطِّط الطَّلبة الرُّسومات البيانيَّة للمعادلات $\boldsymbol{y = x^2 \pm a}$ و $\boldsymbol{y = -x^2 \pm a}$ ، أوَّلًا عن طريق رسم نقاط، ثمَّ بتطبيق تحويلات على $\boldsymbol{y = x^2}$. كما يقومون أيضًا بمطابقة الرُّسومات البيانيَّة على المعادلات وكتابة معادلات الرُّسومات البيانيَّة، مثال:

أكمل جدول القيم التَّالي ثمَّ استخدمه في تخطيط الرَّسم البيانيِّ للمعادلة

Complete this table of values and use it to draw the graph of

$$y = x^2 - 2$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y								

ملحوظة: يجب على الطَّلبة ملاحظة وجود تماثل في الجدول.
يمكن تشجيعهم أيضًا على النَّظر إلى النِّقاط ما بين 1- و 0 و 0 و 1 للتَّحقُّق من شكل رأس القطع.

Note: Students should notice that there is symmetry in the table.
They may also be encouraged to look at points between -1 and 0 and 0 and 1 to check the shape of the vertex.

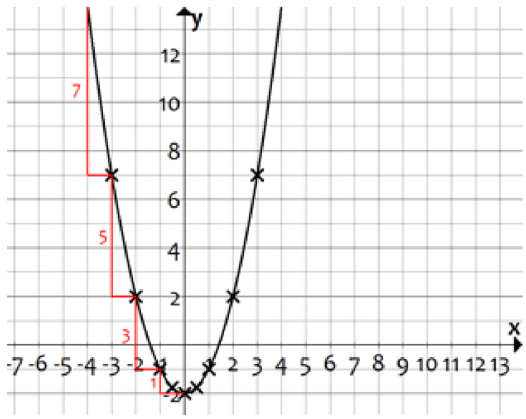
0.5	0.25	0	-0.25	-0.5	x
$-1\frac{15}{16}$	$-1\frac{3}{4}$	0	$-1\frac{15}{16}$	$-1\frac{3}{4}$	y

سوف يؤكِّد ذلك أن شكل رأس القطع "دائريٌّ" وليس نقطة حادَّة.

This will reinforce that the vertex is ‘rounded’ and not a sharp point.

Solution: :الحلُّ

4	3	2	1	0	-1	-2	-3	x
14	7	2	-1	-2	-1	2	7	y



يجب على الطَّلبة أيضًا الملاحظة – سواء من الجدول أو من الرَّسم البيانيِّ (على الأرجح) أنَّ التَّحرُّكات من رأس القطع هي كالآتي: أفقي 1 أعلى 1 وأفقي 1 أعلى 3 وأفقي 1 أعلى 5...إلخ. كما هو موضَّح في الرَّسم البيانيِّ.
[تُعدُّ هذه الطريقة أداة مفيدة لتخطيط رسومات بيانيَّة دقيقة]

Students should also note – either from the table or (more likely) from the graph that the movements from the vertex are; across 1 up 1; across 1 up 3; across 1 up 5 – etc., as shown on the graph.
[This can be a useful tool for plotting neat graphs]

طابق المعادلات، A – D على الرُّسومات البيانيَّة المناظرة، I – IV .

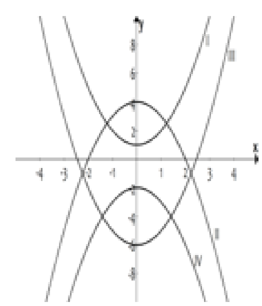
Match the equations, A – D, to the corresponding graphs, I – IV.

A: $y = x^2 - 6$

B: $y = -x^2 - 2$

C: $y = x^2 + 1$

D: $y = -x^2 + 4$

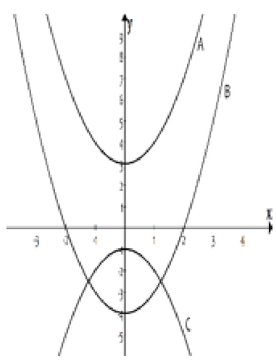


الحلُّ هو: Solution

A,III; B, IV: C, I; D, II

اكتب معادلة كلٍّ من الرُّسومات البيانيَّة، A-C، وصِف التَّحويل (التَّحويلات) الَّتي من شأنها تحويل الرَّسم البيانيِّ للمعادلة $y = x^2$ إلى الرَّسم البيانيِّ المُعطى في كلِّ حالة.

Write the equation of graphs, A – C and describe the transformation(s) that would map the graph of $y = x^2$ to the graph.



الحلُّ:

A: المعادلة تحويل المعادلة $y = x^2 + 3$: إزاحة 3 وحدات في الاتِّجاه الرَّأسيِّ.

B: تحويل المعادلة $y = x^2 - 4$: إزاحة **4-** وحدات في الاتِّجاه الرَّأسيِّ.

C: تحويل المعادلة $y = -x^2 - 1$: انعكاس على محور x وإزاحة رأسيَّة بمقدار **1-**.

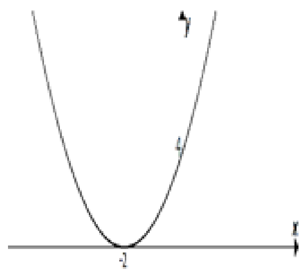
Solution:

A: Equation; $y = x^2 + 3$
Transformation; translation of 3 units in the vertical direction.

B: $y = x^2 - 4$
Transformation; translation of -4 units in vertical direction.

C: $y = -x^2 - 1$
Transformation: Reflection in x- axis and vertical translation of -1 units.

▪ For **Developing,** students draw graphs of $\boldsymbol{y = (x-b)^2}$**,** and $\boldsymbol{y = -(x-b)^2}$ first by plotting points as above and then by using transformations of $\boldsymbol{y = x^2}$**.** Students should be taught to identify the position of the vertex and to use substitution of $x = 0$ to find the y- intercept and mark this where it is appropriate, i.e. where it can be shown on the sketch graph. They also match graphs of this type to equations and write equations of graphs, e.g.	▪ بالنِّسبة **للمستوى المُتقدِّم:** يقوم الطَّلبة بتخطيط الرُّسومات البيانيَّة للصِّيغتين $\boldsymbol{y = (x-b)^2}$ و $\boldsymbol{y = -(x-b)^2}$ ، أوَّلًا عن طريق رسم النِّقاط كما هو موضَّح أعلاه، ثمَّ باستخدام تحويلات الصِّيغة $\boldsymbol{y = x^2}$ **.** يجب أن يتعلَّم الطَّلبة تعيين موضع رأس القطع واستخدام التَّعويض $x = 0$ لإيجاد نقطة المقطع من محور الصَّادات في الحالات المناسبة أي حيثما يمكن إظهار ذلك على الرَّسم البيانيّ. كما يقوم الطَّلبة بمطابقة هذه النَّوعيَّة من الرُّسومات البيانيَّة على المعادلات وكتابة المعادلات الخاصَّة بتلك الرُّسومات البيانيَّة، مثال:

الرَّسم البيانيُّ::Graph 	Sketch a graph of $\boldsymbol{y = (x+2)^2}$. Solution: Students recognize that this equation represents a translation of the graph of $\boldsymbol{y = x^2}$ -2 units horizontally, i.e. 2 units to the left. They then find the y-intercept by $(0+2)^2$.	ارسم بيان المعادلة: $\boldsymbol{y = (x+2)^2}$ الحلُّ: يدرك الطَّلبة أنَّ هذه المعادلة تمثِّل إزاحة للرَّسم البيانيِّ للمعادلة $\boldsymbol{y = x^2}$ ، بمقدار -2 وحدة في الاتِّجاه الأفقيّ، أي بمقدار وحدتين (2 وحدة) إلى اليسار. ثمَّ يقومون بإيجاد نقطة التَّقاطع مع محور الصَّادات بالتَّعويض $(0+2)^2 = 4$

الحلُّ: أ) الإزاحة بـ 5 وحدات إلى اليمين (في الاتِّجاه الأفقيّ) سوف يأخذ الرَّسم البيانيَّ للمعادلة $\boldsymbol{y = x^2}$ إلى الرَّسم البيانيِّ للمعادلة $\boldsymbol{y = (x-5)^2}$. ب) الجزء المقطوع من محور الصَّادات هو $(0-5)^2 = 25$. Solution: a) A translation of 5 units to the right (in the horizontal direction) will map $\boldsymbol{y = x^2}$ onto the graph. b) The y- intercept is $(0-5)^2 = 25$.	أ) صِف التَّحويل الَّذي يأخذ الرَّسم البيانيَّ للمعادلة $\boldsymbol{y = x^2}$ إلى الرَّسم البيانيِّ للمعادلة $\boldsymbol{y = (x-5)^2}$ ب) أين يقطع هذا الرَّسم البيانيُّ محور الصَّادات؟ a) Describe the transformation that would map the graph of $\boldsymbol{y = x^2}$ onto the graph of $\boldsymbol{y = (x-5)^2}$ b) Where will this graph cut the y $-$axis?

- بالنِّسبة **للمستوى المُتقِن**: يقوم الطَّلبة بتخطيط الرُّسومات البيانيَّة لأشكال القطوع المكافئة في صيغة $\boldsymbol{y = (x-b)^2 \pm c}$ ، وربطها بتحويلات $y = x^2$. يستخدم الطَّلبة التَّحويلات لتحديد رأس القطع، كما يستخدمون معلوماتهم عن التَّماثل في القطع المكافئ مع توظيف التَّعويض لتخطيط رسومات بيانيَّة دقيقة وتحديد نقطة التَّقاطع مع محور الصَّادات أينما كان ذلك مناسبًا. في بعض الحالات، قد يتعرَّف الطَّلبة على نقاط تقاطع الرَّسم البيانيّ الَّذي يقومون بتخطيطه مع محور السِّينات، إلا أنَّ ذلك ليس مطلوبًا بشكل عامٍ في هذه الأنواع من الرُّسومات البيانيَّة. كذلك يقوم الطَّلبة بالمطابقة بين الرُّسومات البيانيَّة والمعادلات وكتابة المعادلات، مثال:

- For **Mastered,** students draw graphs of parabolas of the form $\boldsymbol{y = (x-b)^2 \pm c}$, and relate these to transformations of $y = x^2$. They use the transformations to identify the position of the vertex, use their knowledge of the symmetry of parabolas and substitution to draw careful sketch graphs and identify the y-intercept where appropriate. In some situations students may recognise the x-intercepts of the graph that they are drawing but this is not generally a requirement for these types of graphs. They also match graphs and equations, and write equations e.g.

ارسم منحنى القطع مكافئ المعرَّف بالمعادلة التَّالية:

$$y = (x-3)^2 - 4$$

موضحًا رأس القطع ونقطة التَّقاطع مع محور الصَّادات.

ملحوظة: إنَّ الطَّلبة الذين يخطِّطون الرَّسم البيانيَّ بدقَّة انطلاقًا من رأس القطع: أفقي 1 أعلى 1، ثمَّ أفقي 1 أعلى 3، قد يدركون أنَّ نقطتي التَّقاطع مع محور السِّينات سوف تكونان 1 و 5. إلا أنَّ ذلك ليس مطلوبًا.

Draw a graph of the parabola given by the equation

$$y = (x-3)^2 - 4$$

Showing the vertex and the y-intercept.

Note: Students who carefully plot from the vertex: across 1 up 1: then across 1 up 3, may realize that the x-intercepts will be 1 and 5. But this is not required.

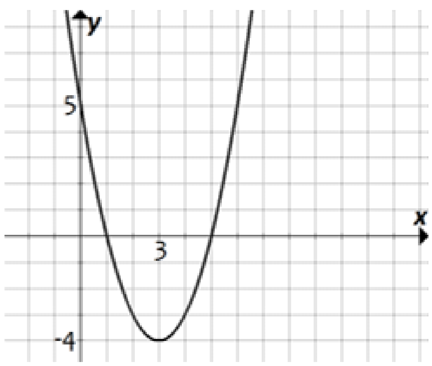
Solution::الحلُّ

سوف يكون المنحنى هو الرَّسم البيانيُّ $y = x^2$ مزاحًا بمقدار 3 وحدات إلى اليمين و 4 وحدات إلى أسفل ليصبح رأس القطع (3,-4).

The graph will be $y = x^2$ moved 3 units to the right and 4 units down. So with vertex (3,-4).

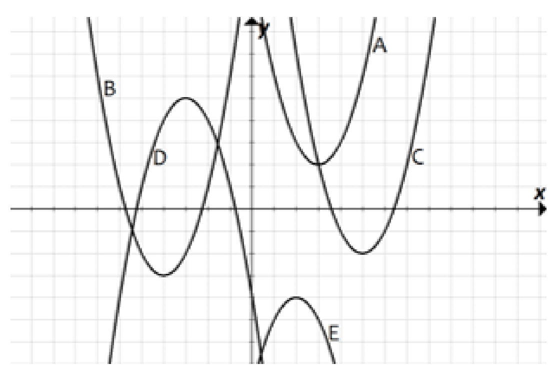
المقطع من محور الصَّادات هو: The y-intercept is

$$y = (0-3)^2 - 4 = 5$$



الرُّسومات البيانيَّة أدناه لها نفس شكل القطع المكافئ الأساسيّ $y = x^2$. اكتب معادلة كلِّ رسم بيانيٍّ.

The graphs shown have the same shape as the basic parabola $y = x^2$. Write the equation of each graph.



Solutions: :الحلول

A: $y = (x-3)^2 + 2$

B: $y = (x+4)^2 - 3$

C: $y = (x-5)^2 - 2$

D: $y = -(x-3)^2 + 5.$

E: $y = -(x+2)^2 - 4$

مُبتدئ **Emerging**	مُتقدِّم **Developing**	مُتقِن **Mastered**	
يخطط الرُّسومات البيانيَّة للقطوع المكافئة في صورة $y=(x\pm a)(x\pm b)$ Draw graphs of parabolas of the form $y=(x\pm a)(x\pm b)$	يخطط الرُّسومات البيانيَّة للقطوع المكافئة في صورة $y=x^2+ax+b$ عن طريق **التَّحليل**. Draw graphs of parabolas of the form $y=x^2+ax+b$ by **factorizing**	يخطط الرُّسومات البيانيَّة للقطوع المكافئة حيث مُعامِلات x^2 **مختلفة عن 1**، و يستخدمها في حلِّ المسائل. Plot graphs of **parabolas** with coefficients of x^2 **other than 1**, and use to solve problems	**10A3.7**

Explanatory Notes ملاحظات توضيحيَّة

- **In previous outcomes students have become familiar with the basic shape of the parabola and with transformations of the graph of $y=x^2$. They have used this to plot graphs of parabolas where the equations are in forma which can be easily related to transformations. In this outcome students graph parabolas where the equations are in other forms. They use the work that they have done on solving quadratic equations by factorizing to calculating the x −intercepts of a parabola. They also relate their knowledge of the symmetry of parabolas to find the line of symmetry and use this to calculate the vertex.**
- **This outcome also involves matching graphs to equations and writing simple equations, in factorized form, of given graphs where the x-intercepts are clearly marked.**
- **Students should begin the work on this outcome by forming tables of values. They recognize the symmetry of the function first by the symmetry of the values in the table and relate this to the symmetry of the graph.**

- في مُخرَجات التعلّم السابقة، أصبح الشَّكل الأساسيُّ للقطع المكافئ وكذلك تحويلات الرَّسم البيانيّ للمعادلة $y=x^2$ مألوفة لدى الطَّلبة. وقد استخدموا ذلك في تخطيط الرُّسومات البيانيَّة للقطوع المكافئة الَّتي تكون معادلاتها في صورة يمكن ربطها بسهولة بالتَّحويلات. يتعلَّم الطَّلبة، في هذا المُخرَج التَّعلُّميُّ رسم أشكال القطوع المكافئة الَّتي تظهر معادلاتها في صور أخرى. يستخدم الطَّلبة الأعمال الَّتي أجروها لإيجاد حلول المعادلات التَّربيعيَّة لحساب الأجزاء الَّتي يقطعها منحنى القطع من محور السِّينات. كما يقوم الطَّلبة بربط معلوماتهم عن تماثل القطع المكافئ لإيجاد **خطِّ التماثل** واستخدام ذلك في تحديد رأس القطع.
- يشمل هذا المُخرج التَّعلُّميُّ أيضًا مطابقة الرُّسومات البيانيَّة بالمعادلات وكتابة معادلات بسيطة،، في صورة محلَّلة، لرسومات بيانيَّة معطاة تكون نقاط تقاطعها مع محور السِّينات مبيَّنة بوضوح.
- يجب على الطَّلبة البدء بالعمل على هذا المُخرَج بتكوين جداول قيم. ويجب أن يتعرَّفوا أوَّلًا على تماثل الدالَّة من خلال ملاحظة تماثل القيم في الجدول وربطها بالتَّماثل في الرَّسم البيانيّ.

- For **Emerging**, students plot points to find the graph of parabolas in factorized form and then extend this to using their knowledge of the shape of a parabola to sketch graphs of this form. They show features of the graph such as the y-intercept (where this is of a size to fit the graph) and use their knowledge of the shape of a parabola to draw a vertex of a suitable shape.
  The equations used for emerging should be of the form $y=(x\pm a)(x\pm b)$ or $y=-(x\pm a)(x\pm b)$, i.e. negative parabolas should be clearly identified as negative., e.g.

- **بالنِّسبة للمستوى المُبتدئ: يقوم الطَّلبة برسم نقاط لإيجاد الرَّسم البيانيّ للقطع المكافئ في صيغته المحلَّلة ثمَّ يتوسَّعون في ذلك باستخدام معلوماتهم عن شكل القطع المكافئ من أجل تخطيط الرُّسومات البيانيَّة لهذه الصِّيغة.**
  كما يوضِّح الطَّلبة خصائص الرَّسم البيانيّ مثل نقطة التَّقاطع مع محور الصَّادات (عندما يكون ذلك مناسبًا) ويوظِّفون معرفتهم بشكل القطع المكافئ لرسم رأس القطع في شكل مناسب. يجب أن تكون المعادلات المعطاة للمستوى المبتدئ في صيغة
  $y=(x\pm a)(x\pm b)$ أو $y=-(x\pm a)(x\pm b)$، وذلك يعني ضرورة تعريف القطع المكافئ السَّالب على أنَّه سالب بشكل واضح، مثال:

استخدم جدول القيم التَّالي لرسم نقاط وتخطيط الرَّسم البيانيّ للقطع المكافئ الَّذي معادلته

Use the table of values shown to plot points and draw the parabola with the equation

$y=(x-3)(x+1)$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y									

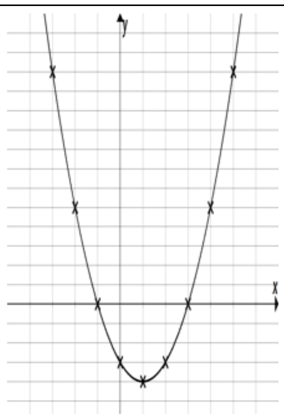
يجب على الطَّلبة ملاحظة التَّماثل الموجود في الجدول للمساعدة في تحديد رأس القطع المكافئ.

Students should note the symmetry in the table as a guide to the vertex of the parabola.

كما يجب عليهم التَّعرُّف على المستقيم $x=1$ كمستقيم التَّماثل في الرَّسم البيانيّ وإدراك أنَّ هذا المستقيم يمرُّ بنقطة الوسط بين القيم الَّتي تمثِّل نقاط التَّقاطع مع محور السِّينات.

They should recognize the line $x=1$
As the line of symmetry of the graph and note that this line is the mid-point of the values that are the x-intercepts.

الحلُّ:
Solution:



x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12

Sketch the graph of the parabola :ارسم القطع المكافئ التَّالي

يستخدم الطَّلبة الحلول النَّاتجة عن المعادلة التَّربيعيَّة
$-(x+2)(x-4)=0$ لإيجاد نقاط التَّقاطع مع محور السِّينات.

يلاحظ الطَّلبة أنَّ الرَّسم البيانيَّ على شكل ∩ .
كما يلاحظ الطَّلبة أنَّ رأس القطع هو عند $= 1$ ، وهي نقطة الوسط لنقطتي التَّقاطع مع محور السِّينات. ويجب أن يعوِّضوا لإيجاد قيمة في إحداثيَّات رأس القطع.
كما يقوم الطَّلبة بالتَّعويض لإيجاد نقطة التَّقاطع مع محور الصَّادات.
هذه هي جميع الخصائص المتوقَّع أن يعرفها الطَّلبة في ما يتعلَّق بالرُّسومات البيانيَّة الَّتي تتمُّ دراستها في هذا المستوى.

Students use the solutions of the quadratic equation $-(x+2)(x-4)=0$ to find the x-intercepts.

Students note that the shape of the graph is ∩.
They note that the vertex is at $= 1$, the mid-point of the x −intercepts. They substitute to find the value of y for the vertex.
Students substitute to find the y- intercept.
These are all features of the graph expected at this level.

Solution: :الحلُّ

x- intercepts :نقاط التَّقاطع مع محور السِّينات

$$x=-2 \text{ و } x=4$$

Vertex: mid-point of 4 و -2 رأس القطع: نقطة الوسط بين

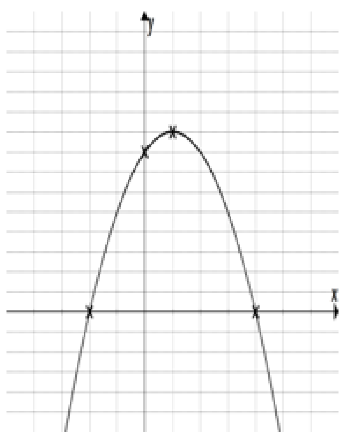
$$x=\frac{(-2+4)}{2}=1$$

Vertex is **(1,9)** رأس القطع

y- intercept **:**نقطة التَّقاطع مع محور الصَّادات

$$y=-(0+2)(0-4)$$
$$=-(2\times -4)=8$$

Graph: :الرَّسم البيانيُّ



- بالنِّسبة **للمستوى المُتقدِّم**: يقوم الطَّلبة برسم القطوع المكافئة المُحلَّلة في صور أكثر تعقيدًا مثل $(x+3)(4-x)$، كما يقومون بتحليل المعادلات التَّربيعيَّة على شكل $y=x^2+ax+b$ من أجل تخطيط الرُّسومات البيانيَّة. يجب على الطَّلبة الاستعانة بمعلوماتهم عن تماثل القطوع المكافئة لإيجاد معادلة خطِّ التَّماثل للرَّسم البيانيِّ واستخدام ذلك الخطِّ لإيجاد إحداثيَّات رأس القطع، مثال:

- For **Developing,** students draw parabolas which are both factorized in more complicated forms such as $(x+3)(4-x)$ and factories quadratics of the form $y=x^2+ax+b$ to draw graphs. Students should be using their knowledge of the symmetry of parabolas to find the equation of the line of symmetry of the graph and using this to find the vertex, e.g.

خطِّط الرَّسم البيانيَّ للمعادلة: $y = (x+3)(4-x)$ ، موضحًا كلَّ الخصائص.

Draw the graph of $y = (x+3)(4-x)$
Showing any features:

يقوم الطَّلبة برسم النِّقاط الثَّلاث المحسوبة واستخدام خطِّ التَّماثل لرسم رأس القطع على ذلك الخطِّ.

قد لا يدرك الطَّلبة شكل القطع المكافئ السَّالب، لكنَّهم سيكتشفون ذلك من خلال رسمهم للنِّقاط والَّتي من الضَّروريّ أن تكون متوافقة مع الشَّكل. [يمكنهم فكُّ الأقواس للتَّحقُّق من ذلك].

Students draw the three points calculated and use the line of symmetry to make a smooth vertex on that line.

They may not recognize the shape of the parabola as a negative shape but they will realize when they plot the points that it must be to fit the points. [They may expand the brackets to check this.]

الحلُّ: Solution:

نقطة التَّقاطع مع محور الصَّادات: y – intercept :

$$y = (0+3)(4-0) = 3 \times 4 = 12$$

نقطتي التَّقاطع مع محور السِّينات: x- intercepts

$$(x+3)(4-x) = 0$$

$x = -3$ و $x = 4$

رأس القطع: نقطة الوسط 3- و 4: Vertex: Mid-point -3 and 4;

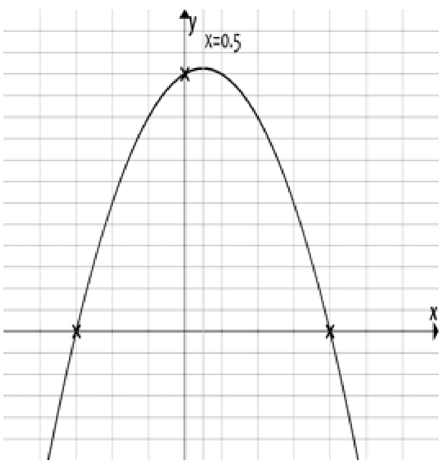
$$x = \frac{(-3+4)}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y = \left(\frac{1}{2}+3\right)\left(4-\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}\right)^2 = 12\frac{1}{4}$$

[ليس مطلوبًا] [Not required]

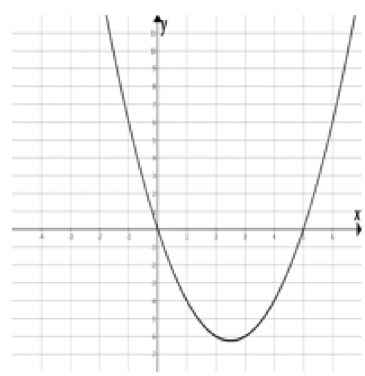
لكن من المتوقَّع أن يكون هناك تماثل عند $x = \frac{1}{2}$

But symmetry about $x = \frac{1}{2}$ is expected



اكتب معادلة الرسم البيانيّ أدناه واذكر إحداثيَّات رأس القطع.

Write the equation of the graph shown and give the coordinates of the vertex of the graph.



الحلُّ: Solution:

يدرك الطَّلبة أنَّ هذا قطع مكافئ موجب.
كما يرون أنَّ كلَّ الإحداثيَّات على محور السِّينات هي أرقام صحيحة، لكنَّ رأس القطع ليس كذلك، ومن ثمَّ فإنَّ المعادلة المحلَّلة في الصُّورة المُحلَّلة هي الأفضل. نقاط التَّقاطع مع محور السِّينات هي 0 و 5.

Students recognize this as a positive parabola.
They see that the x- coordinates are whole numbers – but the vertex is not, so the factorized from of the equation is the best. X- intercepts are 0 and 5.

المعادلة Equation : $y = (x-0)(x-5)$

رأس القطع عند $x = 2.5$ كما هو مُستنتج من خطِّ التَّماثل.

Vertex is at $x = 2.5$ from line of symmetry.

$$y = 2.5 \times (2.5-5) = 2.5 \times -2.5 = -6.25$$

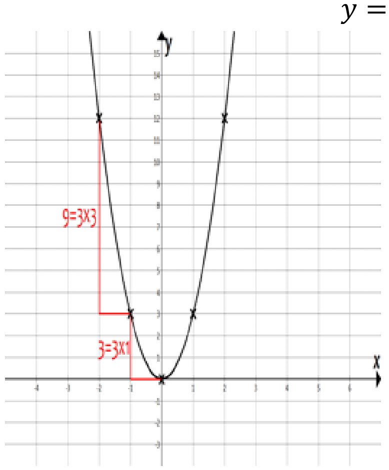
رأس القطع هو $(2.5, -6.25)$. Vertex is

- For **Mastered**, students plot graphs of parabolas with coefficients of x^2 other than 1 – both integers and fractions. They begin this work by plotting points, or using graphing software, and then generalize their results for coefficients which are whole numbers or fractions.
- Students relate their findings to what they know about the slopes of straight line graphs and relate this work to each of the types of equations that they have used to draw parabolas.
- Students use their knowledge of the shapes of parabolas to solve problems which may include matching equations to graphs or to finding equations of graphs for which sufficient information is given to allow coefficients to be found.
- Students solve problems arising from real-life situations that are modelled by parabolas.

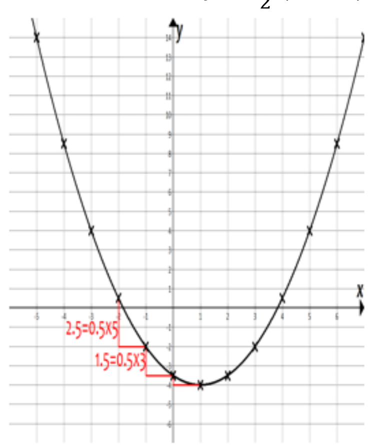
- بالنِّسبة **للمستوى المُتقَن**: يخطِّط الطَّلبة الرُّسومات البيانيَّة لأنواع القطوع المكافئة الَّتي تكون فيها مُعامِلات x^2 مختلفة عن 1، سواء أكانت أعدادًا صحيحة أو كسورًا. يبدأ الطَّلبة برسم نقاط أو استخدام برامج الحاسوب الخاصَّة بالرُّسومات البيانيَّة، ثمَّ يعمِّمون نتائجهم على المُعامِلات الَّتي قد تكون أعدادًا صحيحة أو كسورًا.
- يربط الطَّلبة نتائجهم بما يعرفونه عن مَيْل الرُّسومات البيانيَّة للمستقيمات ثمَّ يقومون بربط ذلك بكلِّ نوع من أنواع المعادلات ألّتي استخدموها من قبل لرسم القطوع المكافئة.
- يستغلُّ الطَّلبة معرفتهم بأشكال القطوع المكافئة لحلِّ المسائل الَّتي قد تتضمَّن مطابقة المعادلات بالرُّسومات البيانيَّة أو إيجاد معادلات الرُّسومات البيانيَّة، حيث تتضمَّن تلك المسائل معلومات كافية تسمح للطَّلبة بإيجاد المعاملات المطلوبة.
- يحلُّ الطَّلبة المسائل المستوحاة من مواقف من واقع الحياة والَّتي يتمُّ تمثيلها باستخدام القطوع المكافئة.

Solution: الحلُّ:

أ) $y = 3x^2$



ب) $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 4$



ارسم نقاطًا لتخطيط الرُّسومات البيانيَّة للمعادلات التَّالية:

Plot points to draw graphs of

أ) $y = 3x^2$

and و

ب) $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 4$

يقوم الطَّلبة برسم النِّقاط – ويجب عليهم التَّمعُّن في تماثل القيم من الجدول وفي الرَّسم البيانيِّ، مع ملاحظة أنَّ "الخطوات" في القطع المكافئ تُضرب في مُعامِل x^2 .

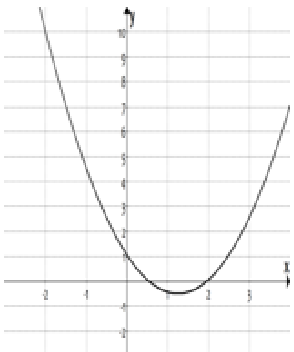
بعد رسم العديد من الأمثلة، سواء من قبل الطلبة أو بواسطة برامج الرُّسومات البيانيَّة على الحاسوب، يجب على الطَّلبة ملاحظة أنَّ المُعامِلات الموجبة الأكبر من 1 تجعل الرَّسم البيانيَّ أكثر انحدارًا (أكثر ضيقًا) بينما المعاملات الكسريَّة (الأقلُّ من 1) تجعل الرَّسم البيانيَّ أقلَّ انحدارًا (أكثر انفتاحًا).

Students plot points – they should look closely at the symmetry of the values in the table and on the graph and note that the ‘steps’ in the parabola are multiplied by the coefficient of x^2.

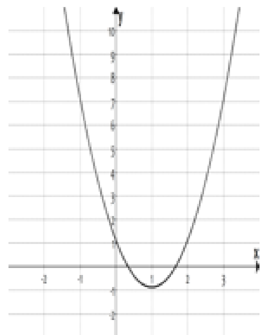
After several examples, either plotted by the students or using graphing software, they should note that positive coefficients make the graphs steeper (skinny) and fractional coefficients make the graphs less steep (fatter).

Which of the graphs below shows the graph of $y = 2x^2 - 3x + 1$	أيٌّ ممَّا يلي يظهر الرَّسم البيانيَّ للمعادلة: $y = 2x^2 - 3x + 1$

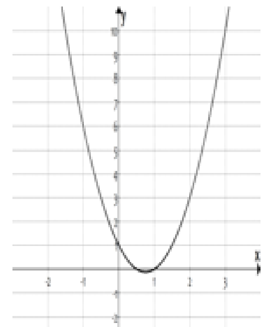
A:



B:



C:



Solution: $y = 2x^2 - 3x + 1$ in factorized form $y = (2x - 1)(x - 1)$	الحلُّ: $y = 2x^2 - 3x + 1$ في الصِّيغة المحلَّلة إلى العوامل هي: y

Graph C is the correct graph. Graph A is the shape of a normal parabola. Graph B is the correct shape and has the correct $y-$ intercept but the wrong x- intercepts and vertex. Students look at intercepts; y- intercept ; if $x = 0$ then $y = 2(0)^2 - 3(0) + 1 = 1$ x– intercepts; If $y =$ 0 then $(2x - 1)(x - 1) = 0$; $x = \frac{1}{2}, x = 1$ Vertex is at $(\frac{3}{4}, ..)$ For a shape check – move 1 unit out from the vertex and check the movement up – for A the vertical step is 1 while for B and C, it is 2.	الرَّسم البيانيُّ C هو الرَّسم الصَّحيح الرَّسم البيانيُّ A يمثِّل شكل قطعٍ مكافئٍ عاديٍّ. والرَّسم البيانيُّ B له الشَّكل الصَّحيح ويحتوي على نقطة التَّقاطع مع محور الصَّادات الصَّحيحة، لكنَّ نقاط تقاطعه مع محور السِّينات خاطئة وكذلك رأس القطع. ينظر الطَّلبة إلى نقاط التَّقاطع نقطة التَّقاطع مع محور الصَّادات؛ إذا كان $x = 0$ فإنَّ $y = 2(0)^2 - 3(0) + 1 = 1$ نقطة التَّقاطع مع محور السِّينات؛ إذا كان $x = 0$ فإنَّ $(2x - 1)(x - 1) = 0$; $x = \frac{1}{2}, x = 1$ يكون رأس القطع عند النُّقطة $(\frac{3}{4}, ..)$ للتَّحقُّق من الشَّكل، انتقل بوحدة واحدة خارج رأس القطع واختبر الحركة إلى أعلى. بالنِّسبة للرَّسم البيانيِّ A، فإنَّ الخطوة الرَّأسيَّة تكون ١، بينما بالنِّسبة للرَّسمين البيانيَّين B و C فتكون 2.

تمَّ وضع نافورة وسط بركة دائريَّة. يمكن تمثيل شكل النَّافورة بالقطع المكافئ $y = 9 - x^2$ حيث x و y مقاسة بالأمتار.

أ) خطِّط الرَّسم البيانيَّ للقطع $y = 9 - x^2$

ب) إلى أيِّ ارتفاع يصل الماء الخارج من النَّافورة؟

ج) يتناثر الماء عند سقوطه إلى مستوى البركة. يعلم المهندس أنَّ مسافة ضعف عرض النَّافورة عند هذه النُّقطة لازمة لتفادي تبلل المكان المحيط.
ما هو أصغر نصف قطر للبركة؟

A fountain is placed in the middle of a circular pond. The shape of the fountain can be modelled by the parabola $y = 9 - x^2$, where x and y are measured in meters, (m).

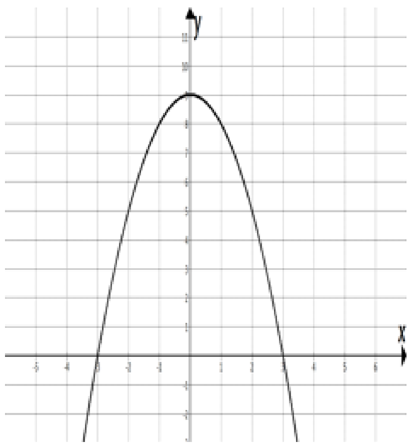
a) Draw the graph of $y = 9 - x^2$

b) How high into the air does the water from the fountain reach?

When the water falls to the level of the pond it splashes up. The engineer knows that a distance of twice the width of the fountain at this point is needed to avoid wetting the surrounding area. What is the smallest radius for the pond?

Solution: الحلُّ:

أ)



ب) يصل الماء إلى ارتفاع 9 أمتار.

ج) عرض النَّافورة 6 أمتار.

ومن ثمَّ تصبح المسافة الإضافيَّة اللَّازمة هي 12 مترًا على كلِّ جانب من جوانب النَّافورة، ويجب أن يكون القطر الكلِّيُّ للحوض 30 مترًا.

b) The water reaches a height of $9\ m$.

c) The width of the fountain is $6\ m$.

So the extra distance needed is $12\ m$ on each side of the fountain and the total diameter of the pond must be $30\ m$.

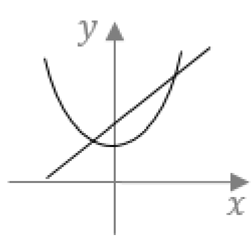
مُبتدئ Emerging	مُتقدِّم Developing	مُتقِن Mastered	
يحلّ **المعادلات الآنيَّة البسيطة الّتي تتضمَّن منحنى وخطًّا مستقيمًا عن طريق قراءة الرُّسومات البيانيَّة.** Solve **simple simultaneous equations involving a curve and a line – by reading graphs**	**يحلّ المعادلات الآنيَّة البسيطة** الّتي تتضمَّن منحنى وخطًّا مستقيمًا **بالطَّريقة الجبريَّة.** Solve **simple simultaneous equations** involving a curve and a line **by algebra**	**يحلّ المعادلات الآنيَّة** الّتي تتضمَّن منحنى وخطًّا مستقيمًا و يفسّر النّتائج. **Solve simultaneous equations** involving a curve and a line and interpret results	**10A3.8**

Explanatory Notes ملاحظات توضيحيَّة

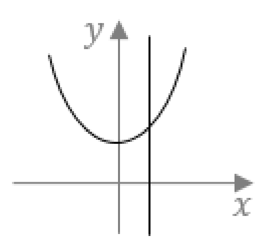
- In previous grade levels, students learned to solve simultaneous equations involving linear functions by reading intersections from graphs and by algebraic means. In Grade 10, for the first time, students will consider intersections of linear graphs with other parabolas and circles and recognize these as solutions of a system of simultaneous equations where one function is a quadratic.
- Teachers should introduce students to the equation of a circle, centered on the origin. This can be done using digital technology or using other methods. Students should become familiar with the formula
$$x^2 + y^2 = r^2$$
and may discuss the circle as an example of a curve that is not a function – this is the first time that they have experienced this concept. This is not a learning objective so discussion should be general.
- Students should examine the possible situations when a line and a parabola or circle are graphed and understand the possible numbers of solutions, 0, 1 or 2 in terms of the intersections between the graphs.

- خلال السَّنوات الدِّراسيَّة السَّابقة، تعلّم الطّلبة حلّ المعادلات الآنيَّة الّتي تتضمَّن دوالّ خطِّيَّة من خلال قراءة تقاطعات الرُّسومات البيانيَّة وكذلك باستخدام الطُّرق الجبريَّة.
في الصَّفِّ 10، ولأوّل مرَّة، سوف يتناول الطَّلبة تقاطعات الرُّسوم البيانيَّة الخطِّيَّة مع القطوع المكافئة ومع الدوائر، ويتبيَّنون أنَّ تلك النِّقاط هي حلول لنظام من المعادلات الآنيَّة تكون فيها إحدى الدَّوالّ تربيعيَّة.
- يجب أن يُعرِّف المعلِّمون الطَّلبةَ بمعادلة الدَّائرة الّتي يكون مركزها نقطة الأصل. ويمكن القيام بذلك باستخدام التِّكنولوجيا الرَّقميَّة أو غيرها من الطُّرق. كما يجب أن تصبح الصِّيغة $x^2+y^2=r^2$ مألوفة لدى الطَّلبة.
ويمكنهم استعراض الدَّائرة كمثال لمنحنى ليس بدالَّة، وهي المرَّة الأولى الّتي يتعرَّض فيها الطَّلبة لهذا المفهوم. إنَّ هذا ليس هدفًا تعليميًّا، لذا يجب أن يكون مجرَّد نقاش بصفة عامَّة.
- يجب على الطَّلبة تناول المواقف المحتملة عند رسم مستقيم وقطع مكافئ أو دائرة في رسم بيانيٍّ، مع فهم عدد الحلول المحتملة، 0 ، 1 أو 2 بدلالة تقاطعات تلك الرُّسومات البيانيَّة.

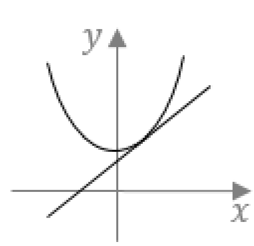
حلان اثنان



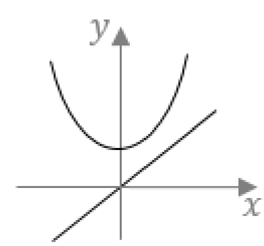
حل واحد

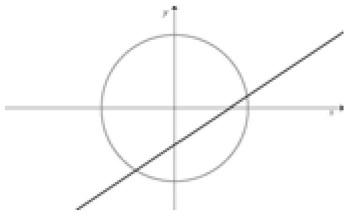
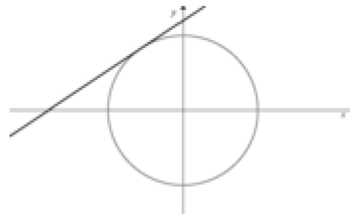
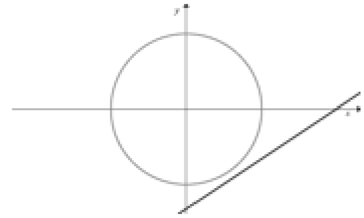


Or

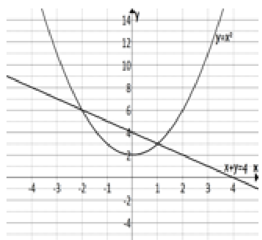
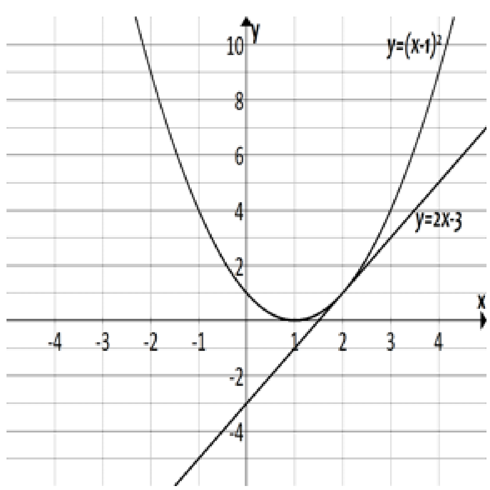


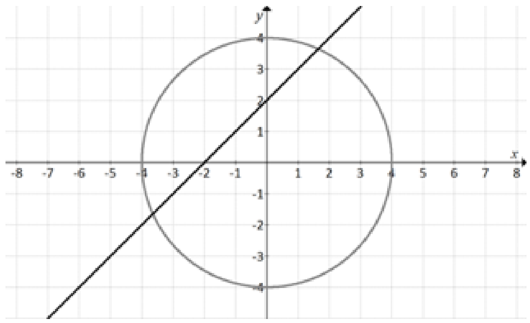
لا يوجد حل



Students should be introduced to the term **tangent** to the graph for the case of a single intersection where the line touches the curve but does not cut it. Students may have met this term in their circle work in Grade 8.	يجب أن يتعرَّف الطَّلبة على مصطلح **مماسّ "tangent"** للرَّسم البيانيِّ لمنحنى أنَّه الخطُّ الَّذي يشارك المنحنى في نقطة واحدة أي يلامسه بدون أن يقطعه. قد سبق للطَّلبة وأن تعرَّفوا على ذلك المصطلح عند دراستهم للدَّائرة في الصَّفِّ الثَّامن.

▪ For **Emerging**, students will read the intersection between a line, $y = mx + c,$ and the parabola, or circle, and recognize this as a solution to the simultaneous equations. Examples should be limited to ones with whole number answers or simple fractions e.g.		▪ بالنِّسبة **للمستوى المُبتدئ**: يقرأ الطَّلبة التَّقاطعات بين المستقيم y= mx +c ، والقطع المكافئ أو الدَّائرة، ويتبيَّنون أنَّ تلك التَّقاطعات تُمثِّل حلولًا لمعادلات آنيَّة. تقتصر الأمثلة على تلك الَّتي تكون إجاباتها أعدادًا صحيحة أو كسورًا بسيطة، مثال:
	Solution: الحلُّ: النُّقطتان هما Points are (-2,6) و (1,3) **أو** الحلول هي: **Or** solutions are x= -2, y=6 و x=1, y=3	يقطع المستقيم $x + y = 4$ القطع المكافئ $y = x^2 + 2$ في نقطتين. ارسم شكلا بيانيًّا لإيجاد إحداثيَّات نقطتي التَّقاطع. The line $x + y = 4$ cuts the parabola $y = x^2 + 2$ In two places. Draw graphs to find the coordinates of the points.
Solution: الحلُّ:  Solution is $x = 2, y = 1$ الحلُّ هو		ارسم شكلا بيانيًّا لإيجاد حلول المعادلتين الآنيَّتين: $y = 2x - 3$ و $y = (x-1)^2$ Draw graphs to find the solutions of the simultaneous equations $y = 2x - 3$ and $y = (x-1)^2$

حُلَّ المعادلتين الآنيَّتين التَّاليتين: $x^2 + y^2 = 16$ $y = x + 2$ Solve the simultaneous equations $x^2 + y^2 = 16$ $y = x + 2$	Solution: :الحلُّ الحلول هي:  Solutions are: $x = -3.7$ و $y = -3.7$ و $x = 1.7$ و $y = 3.7$

▪ بالنِّسبة **للمستوى المُتقدِّم**: يحلُّ الطَّلبة المسائل المشابهة لتلك الَّتي يتناولها طلبة المستوى المُبتدئ، لكنَّ حلولهم تكون بالطَّريقة الجبريَّة. يجب أن تقتصر أمثلة القطع المكافئ في هذا المستوى على تلك الَّتي يكون فيها المُعامِل 2 هو 1. يجب أن يتعلَّم الطَّلبة حلَّ المسائل عن طريق مساواة المعادلات وإيجاد قيمة y من خلال التَّعويض، مثال:	▪ For **Developing**, students work with similar problems as for emerging but solve them algebraically. The parabola examples for developing should be limited to those where the coefficient of x^2 is 1. Students should be taught to solve problems by equating equations and to find the value for y by substitution, e.g.
حُلَّ المعادلات الآنيَّة التَّالية: Solve the simultaneous equations $x + y = 4$ و $y = x^2 + 2$	Solution: :الحلُّ أعِد ترتيب $x + y = 4$ ليصبح y هو الموضوع: Rearrange $x + y = 4$ to make y the subject $y = x^2 + 2$ و $y = 4 - x$ ثمَّ قم بمساواة التَّعبيرين المكافئين للمتغيِّر y و أوجد حلَّ المتغيِّر : Now equate the two expressions for y and solve for x $x^2 + 2 = 4 - x$ $x^2 + x - 2 = 0$ $(x + 2)(x - 1) = 0$ $x = -2$ or $x = 1$ $x = -2;\ \ y = 4 - (-2)$ so one solution is لذلك فيكون أحد الحلول هو $y = 6$ و $x = -2$ $x = 1;\ \ y = 1^2 + 2$ So the other solution is و الحلُّ الثَّاني هو $y = 3$ و $x = 1$

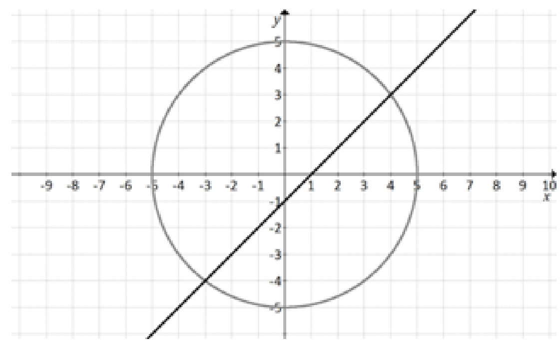
حُلَّ المعادلتين الآنيَّتين التَّاليتين:

Solve the simultaneous equations

$x^2 + y^2 = 25$

و $y = x - 1$

الرُّسومات البيانيَّة: Graphs



الحلُّ: Solution:

عوِّض عن y بـالتَّعبير $x - 1$ في صيغة الدَّائرة لإعطاء:

Substitute $x - 1$ for y in the formula of the circle to give;

$$x^2 + (x-1)^2 = 25$$
$$x^2 + (x-1)(x-1) = 25$$
$$x^2 + x^2 - 2x + 1 = 25$$
$$2x^2 - 2x + 1 - 25 = 0$$
$$2x^2 - 2x - 24 = 0$$
$$x^2 - x - 12 = 0$$
$$(x-4)(x+3) = 0$$

$x = 4$ أو $x = 3$

التَّعويض بقيم x في الصِّيغة $y = x - 1$ يعطي:

Substituting x values in $y = x - 1$ gives;

Solution is $x = 4,\ y = 3$ الحلُّ هو:

$x = -3,\ y = -3 - 1$

Solution is $x = -3,\ y = -4$ الحلُّ هو :

- بالنِّسبة **للمستوى المُتقن**: يقوم الطَّلبة بحلِّ المسائل الَّتي قد تتضمَّن خطوات جبريَّة أكثر تعقيدًا مثل التَّعبيرات التَّربيعيَّة حيث يكون مُعامِل x^2 أكبر من 1، والَّتي تتطلَّب فكَّها قبل تبسيطها أو الَّتي يجب فيها الاستعانة بالصِّيغة التَّربيعيَّة لحلِّ المعادلة المطلوبة، مثال:

- For **Mastered**, students solve problems which may involve more complicated algebra such as quadratics where the coefficient of x^2 are greater than 1, where expressions may need to be expanded before simplifying or where the quadratic formula is needed to solve the equation e.g.

حُلَّ المعادلتين الآنيَّتين التَّاليتين:

Solve the simultaneous equations

$$y = 2x^2$$
$$y = x + 1$$

الحلُّ: Solution: مساواة قيم y equating y values

$$2x^2 = x + 1$$
$$2x^2 - x - 1 = 0$$
$$(2x+1)(x-1) = 0$$

إمَّا $2x + 1 = 0$ أو $x - 1 = 0$

$2x = -1$ $\quad x = 1$

$x = -\frac{1}{2}$

$x = -\frac{1}{2}:\ y = -\frac{1}{2} + 1 \quad x = 1: y = 1 + 1$

الحلول هي: Solutions are

$x = -\frac{1}{2}$ و $y = \frac{1}{2}$

أو $x = 1$ و $y = 2$

Solution: الحلُّ:	حُلَّ المعادلتين الآنيَّتين التَّاليتين:
$$(x-1)^2 = 2x-3$$ $$(x-1)(x-1) = 2x-3$$ $$x^2-2x+1-2x+3=0$$ $$x^2-4x+4=0$$ $$(x-2)(x-2)=0$$ $$x=2$$ الحلُّ هو $x = 2$ و $y = 1$ يجب أن يقوم الطَّلبة بتفسير ذلك بأنَّ المستقيم يكون مماسًّا للقطع المكافئ. Solution is $x = 2$ and $y = 1$ Students should interpret this as showing that the line is a tangent to the parabola	Solve the simultaneous equations $y = 2x-3$ و $y = (x-1)^2$
Solution: الحلُّ: عوِّض عن y بـالتَّعبير $2x-5$ في صيغة الدَّائرة للحصول على: Substitute $2x-5$ for y in the formula of the circle to give; $$x^2+(2x-5)^2=4$$ $$x^2+(2x-5)(2x-5)=4$$ $$x^2+4x^2-20x+25=4$$ $$5x^2-20x+25-4=0$$ $$5x^2-20x+21=0$$ Using the formula; باستخدام الصِّيغة التَّربيعيَّة: $$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$ $$x=\frac{20\pm\sqrt{(-20)^2-4\times5\times21}}{2\times5}$$ $$x=\frac{20\pm\sqrt{-20}}{10}$$ وعليه، لا يوجد حلول حيث إنَّ المستقيم لا يقطع الدَّائرة. So there are no solutions; the line does not cut the circle	حُلَّ المعادلتين الآنيَّتين التَّاليتين: Solve the simultaneous equations $x^2+y^2=4$ و $y=2x-5$

	مُتقِن Mastered	مُتقدِّم Developing	مُبتدئ Emerging
10A3.9	يخطط الرُّسوم البيانيَّة للدَّوالِّ الأسِّيَّة $y = ka^x$ و **يربطها بتطبيقات من واقع الحياة.**	يخطط الرُّسوم البيانيَّة للدَّوالِّ الأسِّيَّة $\boldsymbol{y = ka^x}$	يخطط الرُّسوم البيانيَّة للدَّوالِّ الأسِّيَّة **البسيطة** $\boldsymbol{y = a^x}$

ملاحظات توضيحيَّة Explanatory Notes

- خلال السَّنوات الدِّراسيَّة السَّابقة، تناول الطَّلبة حسابات تضمَّنت دوالَّ أسِّيَّة دون دراسة رسوماتها البيانيَّة.
  في الصَّفِّ 10، يستكشف الطَّلبة هذه الرُّسومات كأمثلة لرسومات بيانيَّة لها تطبيقات في الحياة العمليَّة، على غرار منحنيات النُّموِّ والاضمحلال. كما يدرسون تأثير القيم الصَّحيحة والقيم الكسريَّة للثَّابت a .
- بالنِّسبة **للمستوى المُبتدئ:** يقوم الطَّلبة برسم النِّقاط أو استخدام التِّقنيَّات لتخطيط الرُّسومات البيانيَّة لأمثلة دوالَّ أسِّيَّة بسيطة. يجب عليهم ربط شكل هذه الرُّسومات البيانيَّة بمنحنيات النُّموِّ في حالات القيم الصَّحيحة الأكبر من 1 للثَّابت a ومنحنيات الاضمحلال في الحالات الَّتي تكون فيها قيمة الثَّابت a عبارة عن كسر (أقلَّ من 1).
- يجب عليهم ملاحظة أنَّ نقطة التَّقاطع مع محور الصَّادات عند 1 لكلٍّ من هذه الرُّسومات البيانيَّة ترتبط بمعرفتهم لقيمة a^0 و أنَّ الحالات الَّتي تكون فيها قيمة a كسريَّة، ترتبط بأمثلة يكون فيها الأسُّ سالبًا.
  مثل: $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ هي نفسها $y = 2^{-x}$.
- يجب أن يستكشف الطَّلبة مفهوم تقارب الرَّسم البيانيُّ مع الصِّفر عند القيم القصوى للمتغيّر x (القيم القصوى السَّالبة أو القيم القصوى الموجبة وفق قيمة a) دون ملامسة محور السِّينات، مثال:

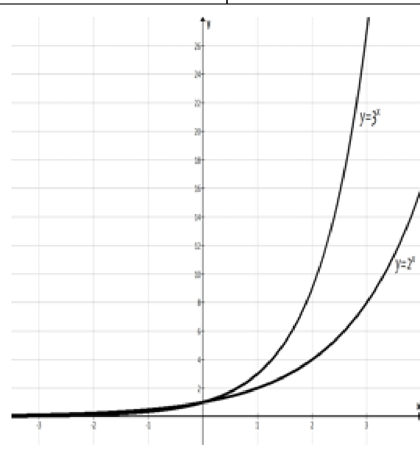
- In previous grades students have worked with calculations involving exponents without considering the graphs. In Grade 10 students explore these graphs as examples of graphs that have real-life applications, in growth and decay curves. They consider the effect of whole number and fractional values of a.
- For **Emerging**, students plot points or use technology to graph examples of simple exponential graphs. They should relate the shape of these graphs for whole number values of a to growth curves and to decay curves for graphs where a is a fraction.
- They should note that the y-intercept of 1 for each of these graphs relates to their knowledge about the value of a^0 and that the cases where a is a fraction relate to examples where the power is negative i.e. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ is the same as $y = 2^{-x}$.
- Students should explore the concept of the graph approaching 0 for extreme values of x (large negative or large positive values) without touching the x- axis e.g.

خطِّط الرُّسومات البيانيَّة لما يلي:
$y = 2^x$ و $y = 3^x$
على نفس المحورين لقيم x من 3- إلى 3.

أ) ما التَّشابه وما الاختلاف في كلِّ رسم بيانيٍّ؟
ب) استكشف قيمة كلِّ دالَّة عندما تكون $x = -10$

Plot the graphs of
$y = 2^x$ and $y = 3^x$
on the same set of axes, for values of x from -3 to 3

a) What is the same and what is different about each graph
b) Investigate the value of each function for $x = -10$



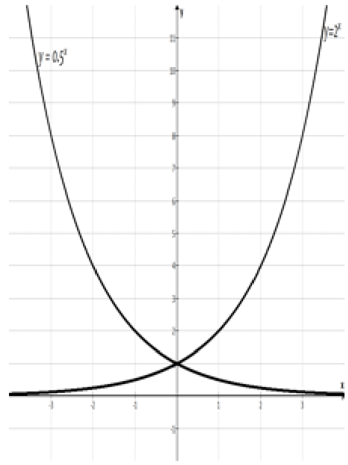
الحلُّ: Solution:

أ) الرَّسمان البيانيَّان يقطعان محور الصَّادات عند 1. كلا الرَّسمين يقتربان من محور السِّينات عند القيم السَّالبة الكبيرة للمتغيّر x. الرَّسم البيانيُّ للدَّالَّة $y = 3^x$ يكون أكثر انحدارًا من الرَّسم البيانيِّ للدَّالَّة $y = 2^x$.
ب) كلا القيمتين قريبتان جدًّا من 0.

a) Both graphs cut the y-axis at 1. Both graphs approach the x-axis for large negative values of x. the graph of $y = 3^x$ is steeper than the graph of $y = 2^x$
b) Both values are very close to 0

قارن بين الرَّسمين البيانيَّين للمعادلتين :
Compare the graphs of

$y = 0.5^x$ و $y = 2^x$



Solution: الحلُّ:
يلاحظ الطَّلبة أنَّ الرَّسمين ينعكسان على محور الصَّادات.
مع كتابة تعليقات عن خصائص الرَّسمين البيانيَّين.

Students note that the grpahs are reflections in the y-axis.
They make comments about the features of the graphs

- بالنِّسبة **للمستوى المُتقدِّم**: يستكشف الطَّلبة التَّغيُّرات في مُعامِل مقياس الرُّسومات البيانيَّة الأسِّيَّة بالنَّظر إلى التَّغيُّرات في الرُّسومات البيانيَّة النَّاتجة عن القيم المختلفة للثَّابت ***k*** في المعادلة ***y = ka^x*** . ويقدِّم الطَّلبة ملاحظات وإفادات عامَّة عن تأثير تلك التَّغيُّرات في المقياس.
- يدرك الطَّلبة أنَّ هذه الرُّسومات البيانيَّة يمكن استخدامها لربط منحنيات النُّموِّ والاضمحلال بالمواقف الَّتي تنشأ في الحياة العمليَّة مثال:

- For **Developing** students explore changes f scale factor for exponential graphs by looking at how the graphs are altered by different values of k in $\boldsymbol{y = ka^x}$**.** They make general statements about the effect of changes of scale.
- Students realize that these graphs can be used to relate the growth and decay curves to real-life situations e.g.

قارن الرُّسومات البيانيَّة لما يلي:
Compare the graphs of

$y = 2^x$,

$y = 3 \times 2^x$,

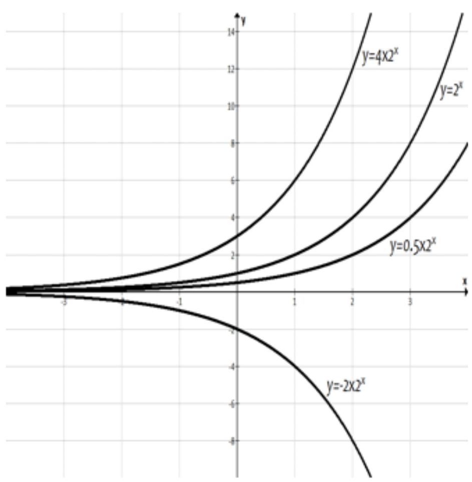
$y = 0.5 \times 2^x$

$y = -2 \times 2^x$

ما هو التَّأثير النَّاتج عن ضرب كلٍّ من هذه المُعامِلات على الرَّسم البيانيِّ؟

What is the effect on the graph of multiplying by each of these coefficients?

Solution: الحلُّ:



<table>
<tr>
<td>

- **For Mastered, students relate the graphs of exponential curves to real-life growth or decay curves and solve simple problems which can be read from plotted graphs or solved by repeated calculations.**
- **Examples can include growth of investments for compound interest applications, growth of bacteria or population growth, depreciation or radioactive decay. Examples should be simple enough for students to plot values by hand or to use digital technology to plot points or graphs. Students should be able to fit curves to plotted points using technology or simple scale factors for the exponential curve.**
- **Limit problems to answers which can be read from the graph or guessed and checked with a number of repeated calculations e.g.**

</td>
<td>

- بالنِّسبة **للمستوى المُتقِن**: يقوم الطَّلبة بربط الرُّسومات البيانيَّة لمنحنيات أسِّيَّة بمنحنيات النُّموِّ أو الاضمحلال في واقع الحياة، كما يقومون بحلِّ مسائل بسيطة يمكن قراءتها من خلال الرُّسومات البيانيَّة المرسومة أو الَّتي يتمُّ حلُّها عن طريق الحسابات المتكرِّرة.
- قد تتضمَّن الأمثلة نموالاستثمارات بالنِّسبة لتطبيقات الفوائد المركَّبة أو نموِّ البكتيريا أو النُّموِّ السُّكَّانيِّ أو تناقص القيم المادِّيَّة أو اضمحلال النَّشاط الإشعاعيّ. ويجب أن تكون الأمثلة بسيطة بالشَّكل الذي يمكِّن الطَّلبة من رسم القيم باليد أو عن طريق استخدام التِّكنولوجيا الرَّقميَّة لرسم النِّقاط أو الرُّسومات البيانيَّة. كما يجب أن يكون الطَّلبة قادرين على توفيق المنحنيات لتناسب النِّقاط المرسومة باستخدام التِّكنولوجيا أو عوامل المقياس البسيطة في ما يتعلَّق بالمنحنيات الأسِّيَّة.
- تقتصر المسائل على إجابات يمكن قراءتها من الرَّسم البيانيّ أو تخمينها والتَّحقُّق منها من خلال عدد من الحسابات المتكرِّرة، مثال:

</td>
</tr>
<tr>
<td>

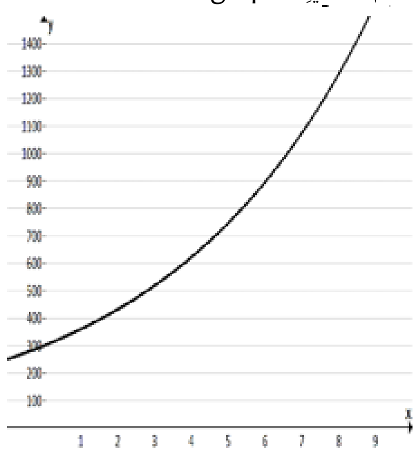
Solution: الحلُّ:

أ) جبريًّا، يأتي عام 2020 بعد مرور 30 سنة عن عام 1990.

Algebraically – 2020 is 30 years after 1990

$$y = 300 \times 1.2^{30}$$
$$= 71\ 213$$

ب) من الرَّسم البيانيّ From the graph



بلغ عدد مستخدمي الهواتف النّقّالة 1000 مستخدم بعد مرور 6.5 عام.

There were 1000 cell phone users after 6.5 years.

</td>
<td>

في عام 1990، كان هناك 300 مستخدم للهواتف النَّقَّالة في الشّهامة. ازداد عدد مستخدمي الهواتف النَّقَّالة بثبات بنسبة 20% كلَّ عام بحيث يمكن إيجاد عدد مستخدمي الهواتف النَّقَّالة باستخدام الصِّيغة:

$$y = 300 \times 1.2^{x}$$

أ) كم سيبلغ عدد مستخدمي الهواتف النَّقَّالة في عام 2020؟

ب) كم عامًا مضت قبل بلوغ عدد مستخدمي الهواتف النَّقَّالة في الشّهامة 1000 مستخدم؟

In 1990 there were 300 cell phone users in, Shahama. The number of people using cell phones increased steadily by 20% each year, so that the number of cell phone users could be found by the formula

$$y = 300 \times 1.2^{x}$$

a) How many cell phone users will there be in 2020

b) How many years did it take before there were 1000 cell phone users in Shahama

</td>
</tr>
</table>

سمع راشد أنَّ ساعات اليد تتناقص قيمتها بنسبة 15% كلَّ عام. وساعة راشد كلفتها 1000 درهم، وهو يدرك أنَّ تناقص القيمة بنسبة 15% يعني أنَّ قيمة ساعته نقصت لتصبح 85% أو 0.85 من قيمتها في العام السَّابق.
ذلك يعني أن المعادلة التي تمثل قيمة ساعة راشد هي:

$$y = 1000 \times 0.85^x$$

أ) كم ستكون قيمة السَّاعة بعد مرور 5 سنوات؟
ب) متى ستتناقص قيمة السَّاعة لتصبح 100 درهم؟

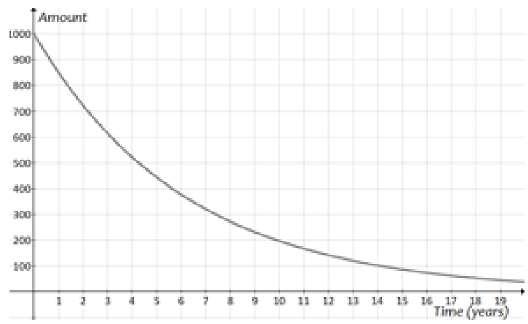
Rashid has heard that the value of watches depreciates by 15% every year.
His watch cost him Dirhams 1000.
He knows that a depreciation of 15% means that the value is 85% or 0.85 of the previous year's value.
This means that the equation for the value of Rahid's watch is

$$y = 1000 \times 0.85^x$$

ج) What is the value of the watch after 5 years?
When will the watch reach a value of dirhams 100?

Solution: الحلُّ:
عن طريق تخطيط الرَّسم البيانيِّ للمعادلة؛ By graphing

$$y = 1000 \times 0.85^x$$



أ) بعد 5 سنوات، ستبلغ قيمة السَّاعة 440 درهمًا – كما يوضِّحه الرَّسم البيانيُّ. (وتحديدًا 444 درهمًا بالحساب).
ب) سوف تبلغ قيمة السَّاعة 100 درهم بعد مرور 14 عامًا تقريبًا من الرَّسم البيانيِّ (وتحديدًا 102 درهم بعد 14 عامًا بالحساب).

a) After 5 years the watch is worth about dirhams 440 – from the graph. (Dirhams 444 by calculation)
b) The watch will be valued at dirhams 100 after 14 years – from the graph (this value is dirhams 102 by calculation)