10T1	حساب المثلّثات غير قائمة الزّاوية Non-Right-Angled Trigonometry	حساب المثلّثات TRIGONOMETRY

المؤشِّر

عند نهاية الوحدة الدِّراسيَّة، يكون الطَّالب قادرًا على :

- تطبيق علاقات حساب المثلّثات بما في ذلك قانون مساحة المثلّث وقانون الجيب وقانون جيب التّمام لحلِّ المسائل.

Indicator

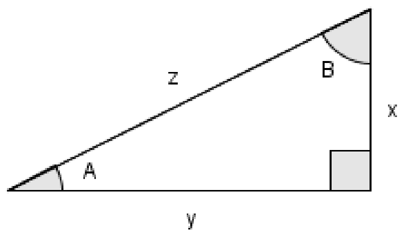
- *By the end of the grade, students will be able to:*

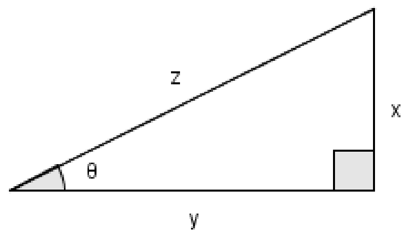
Apply trigonometric relationships including the area rule, sine rule and cosine rule to solve problems.

Students learn to : يتعلّم الطّالب أن		Learning Outcomes	مُخرجات التَّعلّم
مُبتدئ **Emerging**	مُتقدِّم **Developing**	مُتقن **Mastered**	
يستخدم علاقات حساب المثلّثات **في ما يتعلّق بالزّوايا المتمِّمة** Use trigonometric relationships **for complementary angles**	يستخدم علاقات حساب المثلّثات في ما يتعلّق بالزّوايا المتمِّمة **وللصِّيغة** $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ Use trigonometric relationships for complementary angles **and for** $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$	يستخدم علاقات حساب المثلّثات للزّوايا المتمِّمة، $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ ، **وتحديد النِّسب المثلّثيّة للزّوايا المنفرجة** Use trigonometric relationships for complementary angles, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ **and determine trigonometric ratios for obtuse angles**	مُخرَج التَّعلّم **Learning Outcome** **10T1.1**
يوجد طول ضلع مجهول **باستخدام حساب المثلّثات القائمة الزّاوية** Find the length of an **unknown side using right-angled trigonometry**	يوجد طول ضلع مجهول **وزاوية مجهولة** باستخدام حساب المثلّثات القائمة الزّاوية Find the length of an unknown side and an **unknown angle** using right-angled trigonometry	يوجد طول ضلع مجهول وزاوية مجهولة باستخدام حساب المثلّثات القائمة و **يستخدمها في حلِّ المسائل** Find the length of an unknown side and an unknown angle using right-angled trigonometry **and use to solve problems**	**10T1.2**
يسمي الأضلاع والزّوايا في مثلّث غير قائم الزّاوية **Label the sides and angles** in a non-right-angled triangle	**يوجد مساحة** مثلّث باستخدام ضلعين والزّاوية المحصورة بينهما و يستخدم ذلك في حلِّ المسائل. **Find the area** of a triangle using two sides and the included angle	يوجد مساحة مثلّث باستخدام ضلعين والزّاوية المحصورة بينهما و **يستخدم ذلك في حلِّ المسائل.** Find the area of a triangle using two sides and the included angle **and use to solve problems**	**0T1.3**
يوجد طول **ضلع مجهول باستخدام قانون الجيب** Find the length of an **unknown side using the Sine Rule**	يوجد طول ضلع مجهول **وزاوية مجهولة** باستخدام قانون الجيب Find the length of an unknown side and an **unknown angle** using the Sine Rule	يوجد طول ضلع مجهول وزاوية مجهولة باستخدام قانون الجيب و **يستخدم ذلك لحلّ المسائل** Find the length of an unknown side and an unknown angle using the Sine Rule **and use to solve problems**	**10T1.4**
يوجد طول **ضلع مجهول باستخدام قانون** جيب التّمام Find the length of an **unknown side using the Cosine Rule**	يوجد طول ضلع مجهول **وزاوية مجهولة** باستخدام قانون جيب التّمام Find the length of an unknown side and an **unknown angle** using the Cosine Rule	يوجد طول ضلع مجهول وزاوية مجهولة باستخدام قانون جيب التّمام **واستخدام ذلك لحلِّ المسائل** Find the length of an unknown side and an unknown angle using the Cosine Rule **and use to solve problems**	**10T1.5**

Students learn to : يتعلّم الطّالب أن		**Learning Outcomes**	**مُخرجات التَّعلّم**
مُبتدئ **Emerging**	**مُتقدِّم** **Developing**	**مُتقِن** **Mastered**	
يحدد القوانين الواجب استخدامها في المسائل **Identify the rules** to be used in problems	يحدد القوانين الواجب استخدامها، **ويحلَّ المسائل** Identify the rules to be used **and solve problems**	يحدد القوانين الواجب استخدامها، ويحلَّ المسائل و **يعطي الإجابة في سياق المسألة الأصليَّة** Identify the rules to be used, solve problems **and give the answer in the context of the original problem**	**مُخرَج التَّعلّم** **Learning Outcome** **10T1.6**

10T1.1

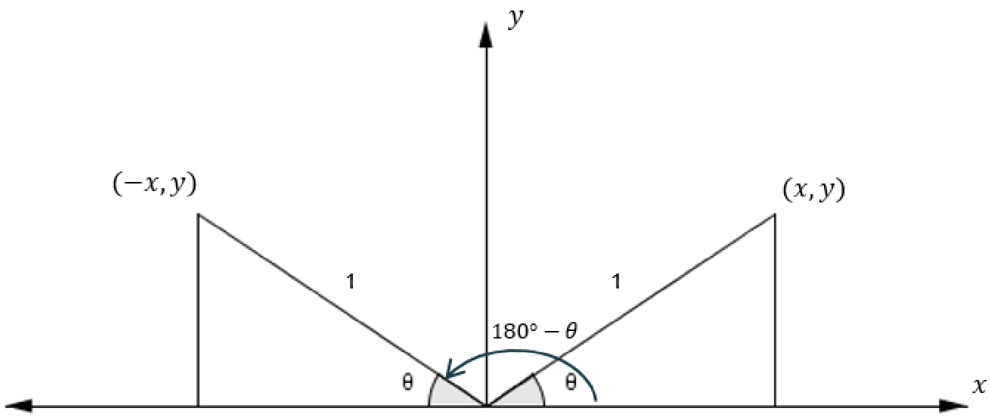
<table>
<tr><td>$\sin B = \frac{y}{z}$
$\cos B = \frac{x}{z}$</td><td>$\sin A = \frac{x}{z}$
$\cos A = \frac{y}{z}$</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Therefore, ولذلك،
$\sin A = \cos B$
$\cos A = \sin B$</td></tr>
<tr><td colspan="2">مجموع زوايا المثلّث هو 180°
The angles in a triangle add to 180°
$A + B + 90° = 180°$
$B = 90° - A$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\sin A = \cos(90° - A)$
$\cos A = \sin(90° - A)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">*Find the value of x in the following:* أوجد قيمة في ما يلي:
$x = 50$:الحلُّ $\sin 40° = \cos x°$ (أ
$x = 25$:الحلُّ $\cos 65° = \sin x°$ (ب</td></tr>
</table>

$x = z\sin\theta$	$\sin\theta = \dfrac{x}{z}$	
$y = z\cos\theta$	$\cos\theta = \dfrac{y}{z}$	
$\tan\theta = \dfrac{x}{y}$ $\tan\theta = \dfrac{z\sin\theta}{z\cos\theta}$ $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$		

Write each of the following in terms of $tan\,\theta$ $\quad tan\,\theta$ اكتب كلًا ممّا يلي بدلالة

أ) $\dfrac{\sin 30°}{\cos 30°}$ الحلّ : $\tan 30°$

ب) $\dfrac{\sin 43°}{\cos 43°}$ الحلُّ: $\tan 43°$



$\sin\theta = \dfrac{y}{1}$ $\cos\theta = \dfrac{x}{1}$ $\tan\theta = \dfrac{y}{x}$	$\sin(180° - \theta) = \dfrac{y}{1}$ $\cos(180° - \theta) = \dfrac{-x}{1}$ $\tan(180° - \theta) = \dfrac{y}{-x}$

$$\sin(180° - \theta) = \sin\theta$$

$$\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$$

$$\tan(180° - \theta) = -\tan\theta$$

What acute angle has the same sine as $160°$?

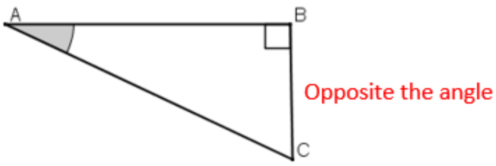
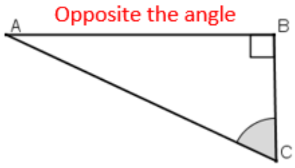
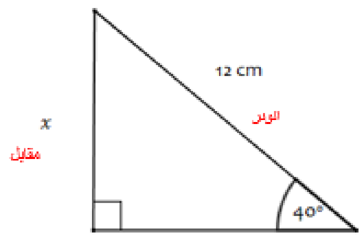
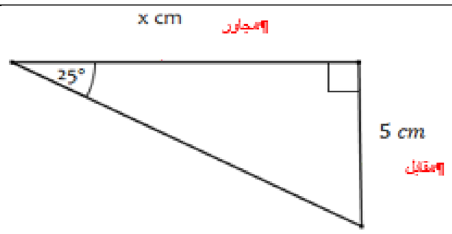
Solution:

$$\sin(180° - A) = \sin A$$
$$180° - A = 160°$$
$$A = 20°$$
$$\therefore \sin 20° = \sin 160°$$

Which of the following is the same as $\tan 140°$?

A. $\tan 40°$
B. $\tan 100°$
C. $-\tan 40°$
D. $-\tan 140°$

10T1.2

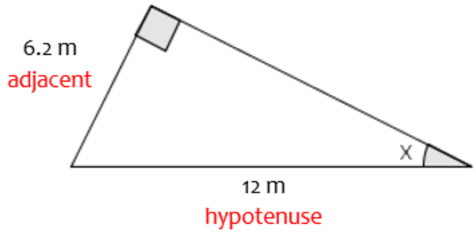
▪ In Grade 9, students learnt to find sides and angles using right-angled trigonometry. In Grade 10, students have the opportunity to revise these skills as they are required to understand how the other trigonometric formulae have been generated and also need to be used in problems involving multiple steps and/or triangles. ▪ For **Emerging**, students must find the unknown side. Students need to be able to select and use the appropriate trigonometric ratio to find an unknown side of a right-angled triangle. To select an appropriate formula, they label the two sides they are working with as either adjacent (A), opposite (O) or hypotenuse (H). They then decide which of the mnemonics SOH, CAH, or TOA uses these two sides. They are finding any unknown side by substituting into the appropriate formula and then rearranging to solve. ▪ Students must realize that the sides opposite and adjacent vary, depending on what angle is selected e.g.	▪ تعلّم الطّلبة في الصَّفّ 9 إيجاد الأضلاع والزّوايا باستخدام حساب المثلّثات القائمة الزّاوية. وفي الصَّفّ 10، سيكون لدى الطّلبة الفرصة لمراجعة هذه المهارات حيث إنّها مطلوبة لفهم الكيفيّة الّتي تمّ بها استنتاج صيغ حساب المثلّثات الأخرى، وهناك حاجة أيضا لاستخدامها في المسائل الّتي تتضمّن خطوات متعدّدة و/أو المثلّثات. ▪ بالنِّسبة **للمستوى المبتدئ**: يجب أن يجد الطّلبة طول ضلع مجهول. يحتاج الطّلبة إلى أن يكونوا قادرين على اختيار واستخدام النّسبة المثلّثيّة المناسبة لايجاد الضّلع المجهول في مثلّث قائم الزّاوية. لاختيار صيغة مناسبة ، فإنّهم يقومون بتسمية الضّلعين الّذين يتعاملان معهما إمّا مجاور (A) أو مقابل (O) أو وتر (H). وبعدها يقرّر الطّلبة أيّ الرّموز التّذكيريّة التّالية SOH ، CAH، أو TOA تستخدم هذين الضّلعين. يجد الطّلبة أيّ ضلع مجهول بالتّعويض في الصّيغة المناسبة ثمّ بإعادة ترتيبها لايجاد الحلّ. يجب على الطّلبة أن يدركوا أنّ الأضلاع المقابلة أو المجاورة تتغيّر تبعًا للزّاوية الّتي يتمّ اختيارها، ومثال ذلك:
 	
▪ There are two types of equation that can arise when calculating a side from a right angled triangle. One type requires multiplication as the unknown side is the numerator in the ratio fraction. The other type requires division as the unknown side is the denominator in the ratio fraction e.g.	▪ هناك نوعان من المعادلات الّتي تنشأ عند حساب ضلع مجهول من مثلث قائم الزّاوية. يتطلّب أحد النّوعين عمليّة ضرب حيث إنّ الضّلع المجهول يكون هو البَسْط فيكسر النّسبة. ويتطلّب النّوع الآخر إجراء القسمة حيث يكون الضّلع المجهول هو المقام في كسر النّسبة، ومثال ذلك:
Using SOH $\sin 40° = \frac{O}{H}$ $\sin 40° = \frac{x}{12}$ $12 \times \sin 40° = x$ $x = 7.71 \text{ cm}$	
Using TOA $\tan 25° = \frac{O}{A}$ $\tan 25° = \frac{5}{x}$ $x \times \tan 25° = 5$ $x = \frac{5}{\tan 25°}$ $x = 10.7 \text{ cm}$	

- For **Developing**, students need to also be able to find an unknown angle. Students need to be able to select and use the appropriate trigonometric ratio to find an unknown angle of a right-angled triangle. To select an appropriate formula, they label the two sides they are working with as either adjacent (A), opposite (O) or hypotenuse (H). They then decide which of the mnemonics SOH, CAH, or TOA uses these two sides. They convert the trigonometric ratio into an angle by using the inverse trig keys on their calculator $(\sin^{-1} A, \cos^{-1} A \; or \; \tan^{-1} A)$ e.g.

بالنِّسبة **للمستوى المُتقدِّم**: يحتاج الطَّلبة أيضًا إلى أن يكونوا قادرين على إيجاد زاوية مجهولة. ينبغي على الطَّلبة أن يكونوا قادرين على اختيار واستخدام النِّسبة المثلَّثيَّة المناسبة لإيجاد زاوية مجهولة من زوايا مثلَّث قائم الزَّاوية. لتحديد صيغة مناسبة، عليهم تسمية الضِّلعين اللَّذين يتعاملان معهما إمَّا مجاور (A) أو مقابل (O) أو وتر (H). ويقرِّرون بعدها أيَّ الرُّموز التَّذكيريَّة SOH أو CAH أو TOA تستخدم هذين الضِّلعين. يحوِّل الطَّلبة النِّسبة المثلَّثيَّة إلى زاوية باستخدام مفاتيح النِّسب المثلَّثيَّة العكسيَّة على الآلة الحاسبة الخاصَّة بهم $(\sin^{-1} A, \cos^{-1} A \; or \; \tan^{-1} A)$، ومثال ذلك:

Using CAH

$$\cos X = \frac{A}{H}$$
$$\cos X = \frac{6.2}{12}$$
$$X = \cos^{-1}\left(\frac{6.2}{12}\right)$$
$$X = 58.9°$$



- For **Mastered,** students must have the opportunity to solve problems in context for both finding a side and finding an angle e.g.
Finding a side:

- بالنِّسبة **للمستوى المُتقَن**: يجب أن تتاح للطَّلبة فرصة لحلِّ مسائل في سياق كلٍّ من إيجاد ضلع مجهول وإيجاد زاوية مجهولة، مثال ذلك:
إيجاد الضِّلع:

$$\sin 25° = \frac{O}{H}$$
$$\sin 25° = \frac{h}{6}$$
$$6 \times \sin 25° = h$$
$$h = 2.5 \text{ m}$$

A builder is constructing a slide.
- The slide is 6 m long.
- The slide meets the ground at an angle of 25°.

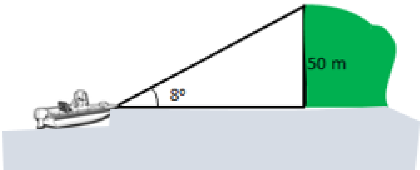
How high is the top of the slide above the ground?

يقوم عامل بناء بتشييد حلبة منزلقة.
- يبلغ طول الحلبة 6 أمتار.
- تصنع الحلبة مع الأرض زاوية قياسها 25°

ما هو ارتفاع قمة الحلبة فوق سطح الأرض؟

- Students should also have the opportunity to do practical measuring tasks using measuring equipment and calculate unknown lengths using trigonometry. e.g.

يمكن أن تحتوي المسائل أيضًا على زوايا الأرتفاع وزوايا الانخفاض. وقد تمَّ دراستها للمرَّة الأولى في الصَّفِّ 9، ومثال ذلك:

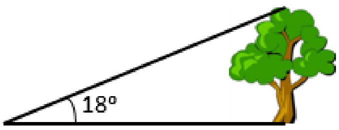


A ship at sea observes a building on top of a 50 m cliff at an angle of 8°. How far out to sea is the ship?

لاحظ طاقم سفينة في عرض البحر مبنى على قمة جرف ارتفاعه 50 مترا وبزاوية 8°. ما هو بعد السفينة في عرض البحر؟

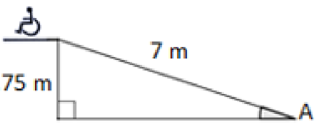
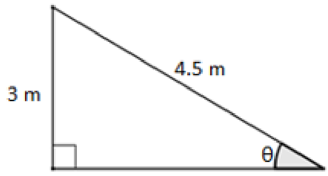
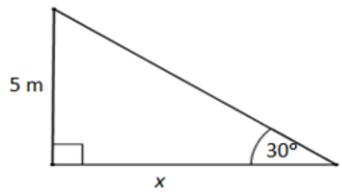
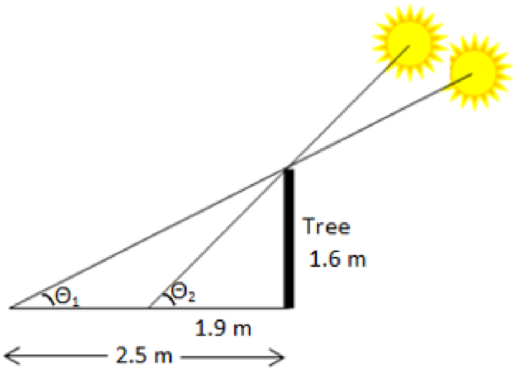
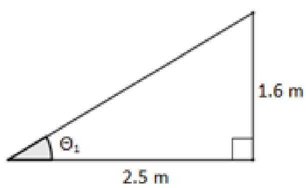
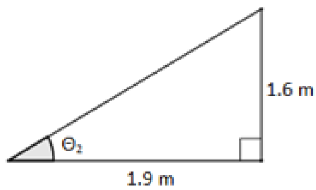
- Students should also have the opportunity to do practical measuring tasks using measuring equipment and calculate unknown lengths using trigonometry. e.g.

ينبغي أيضًا أن تتوفَّر للطَّلبة فرصة للقيام بقياسات عمليَّة باستخدام أجهزة قياس وحساب أطوال مجهولة باستخدام حساب المثلَّثات، ومثال ذلك:



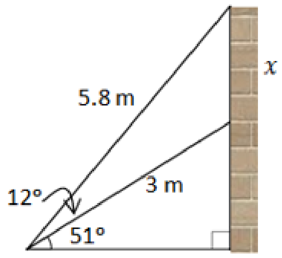
Stand 30 m from a tree (flagpole, building) and use a clinometer to find the angle of elevation to the top of the tree. Then use trigonometry to find the height of the tree.

قف على بُعد 30 مترًا من شجرة (سارية علم أو مبنى) واستخدم كلينومتر (مقياس المَيْل) لإيجاد زاوية الارتفاع إلى أعلى الشَّجرة. ثمَّ استخدم حساب المثلَّثات لإيجاد ارتفاع الشَّجرة.

▪ ***Finding an angle:***			▪ **إيجاد الزّاوية:**
$\sin A = \frac{O}{H}$ $\sin A = \frac{0.75}{7}$ $A = \sin^{-1}(\frac{0.75}{7})$ $A = 6.2°$ (2sf)		A wheelchair ramp is 7 metres long. It rises 0.75 m. What angle does the ramp make with the ground?	يبلغ طول منحدر للكراسي المتحرّكة 7 أمتار. ويرتفع بمقدار 0.75 متر. ما قياس الزّاوية الّتي يصنعها المنحدر مع الأرض؟
▪ For **Mastered,** students should have the opportunity to solve problems where they need to draw their own diagram and also problems that involve multiple steps e.g.			بالنِّسبة **للمستوى المُتقَن** يجب أن يُعطى الطّلبة فرصة لحلّ المسائل الّتي يحتاجون فيها إلى رسم المخطّطات الخاصّة بهم وكذلك المسائل الّتي تتضمَّن خطوات متعدّدة، ومثال ذلك:
Students are given the information…	*And they must draw the diagram before solving*	*ويجب أن يرسموا المخطّط قبل القيام بالحلّ*	*يُعطى الطّلبة المعلومات ....*
Example 1: A 4.5 m ladder is used to reach a window 3 m above the ground. What angle must the ladder be placed at if it is to reach the window?	مثال 1: يُستخدم سلَّم يبلغ طوله 4.5 متر للوصول إلى نافذة ارتفاعها 3 أمتار فوق سطح الأرض. على أيّ ارتفاع يجب وضع السلَّم للوصول إلى النّافذة؟		
Example 2: A set of stairs for a deck which is 5 metres high, make an angle of 30° with the ground. How far out from the deck do the stairs reach?	مثال 2: مجموعة درجات تصل إلى سطح ارتفاعه 5 أمتار وتصنع زاوية 35° مع الأرض. إلى أيّ بعد (أفقيّ) من السَّطح تصل تلك الدَّرجات؟		
Multiple steps and/or triangles			خطوات متعدِّدة و/أو المثلّثات
Example 3: Saeed's class is outside measuring for a mathematics project. They measure a tree as 1.6 m tall and then they measure its shadow as 2.5 m long. A short time later, they measure the shadow again and now it is 1.9 m long. What change has there been to the angle of elevation to the sun during this time?	مثال 3: يتواجد طلبة صفّ سعيد في الخارج لإجراء قياسات خاصّة بمشروع الرّياضيّات. قام الطّلبة بقياس طول شجرة فكان 1.6 متر، وبعد ذلك قاموا بقياس طول ظلّ الشّجرة فكان 2.5 متر. بعد وقت قصير، قاموا بقياس طول ظلّ الشّجرة مرة أخرى فكان 1.9 متر. ما التّغيُّر الذي حدث لزاوية الارتفاع إلى الشّمس خلال هذه الفترة؟		
Solution			
$\theta_1 = \tan^{-1}(\frac{1.6}{2.5})$ $\theta_1 = 32.6°$			
$\theta_2 = \tan^{-1}(\frac{1.6}{1.9})$ $\theta_2 = 40.1°$			
$\theta_2 - \theta_1 = 40.1 - 32.6$ $= 7.5°$			

<table>
<tr>
<td>Short height of ladder:
$\sin 51° = \frac{O}{H}$
$\sin 51° = \frac{O}{3}$
$3 \times \sin 51° = O$
$O = 2.33 \text{ m}$
Long height of ladder:
$\sin 63° = \frac{O}{H}$
$\sin 63° = \frac{O}{5.8}$
$5.8 \times \sin 63° = O$
$O = 5.17 \text{ m}$

$x = 5.17 - 2.33$
$x = 2.84 \text{ m}$</td>
<td>في حالة أقلِّ ارتفاع للسُّلَّم:
$\sin 51° = \frac{O}{H}$
$\sin 51° = \frac{O}{3}$
$3 \times \sin 51° = O$
$O = 2.33 \text{ m}$
في حالة أقصى ارتفاع للسلَّم:
$\sin 63° = \frac{O}{H}$
$\sin 63° = \frac{O}{5.8}$
$5.8 \times \sin 63° = O$
$O = 5.17 \text{ m}$

$x = 5.17 - 2.33$
$x = 2.84 \text{ m}$</td>
<td>Example 4:
An extension ladder measures 3 m at its shortest and when resting against the wall makes an angle of 51°. When fully extended to 5.8 m, the angle increases by 12°. How much further up the wall will the ladder reach when it is fully extended?</td>
<td>مثال 4:
يبلغ طول سلَّم مداد 3 متر في أقلِّ طول له، وعند وضعه مقابل جدار يصنع زاوية قياسها 51°. عند تمديد السلَّم كليًّا إلى 5.8 متر تزداد الزَّاوية بمقدار 12°. أوجد الارتفاع الَّذي يصل إليه السلَّم على الجدار عندما يتمُّ تمديده كليًّا؟

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Students should also have the opportunity to do practical measuring tasks using measuring equipment and calculate unknown angles using trigonometry. The example above could be carried out as a practical measuring task.
Students need to learn to reduce rounding error where possible. This means in all calculations, students should keep the full number on their calculator and use it in all calculations. If students round early and use rounded numbers in further calculations, they risk introducing rounding error.
Students also need to round answers sensibly at the end of calculations.</td>
<td colspan="2">يجب أيضًا منح الطَّلبة الفرصة للقيام بقياسات عمليَّة باستخدام أجهزة قياس وحساب الزَّوايا المجهولة باستخدام حساب المثلَّثات. يمكن تنفيذ المثال أعلاه كمهمَّة قياس عمليَّة.
يحتاج الطَّلبة إلى تعلُّم كيفيَّة التَّقليل من أخطاء التَّدوير كلَّما أمكن ذلك. وهذا يعني أنَّه ينبغي على الطَّلبة في جميع العمليَّات الحسابيَّة الحفاظ على العدد الكامل في الآلة الحاسبة واستخدامه في جميع العمليَّات الحسابيَّة. إذا ما أجرى الطَّلبة عمليَّة تدوير مبكِّرًا واستخدموا الأرقام الَّتي تمَّ تدويرها في مزيد من العمليَّات الحسابيَّة، فهم يجازفون بإدخال خطأ تدوير.
يحتاج الطَّلبة إلى تدوير إجاباتهم بعقلانيَّة في نهاية العمليَّات الحسابيَّة.</td>
</tr>
</table>

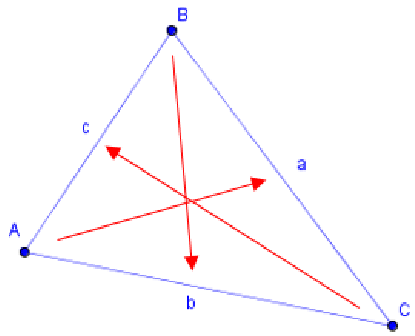
10T1.3

<table>
<tr>
<td>

- In previous grades, students learnt to find the area of a triangle when they were given the base and the perpendicular height. This is the first time that students have learnt to find the area of a triangle using two sides and the included angle.
- It is very important that students understand that they must have two sides and the **included** angle when using this formula. The included angle means the one that is **between** the two known sides.
- For **Emerging**, students need to be able to correctly label the sides and angles in a triangle. Students should have the opportunity to use a variety of letters and not always to use A, B and C. When labelling, capital letters are used for the angles and corresponding small letters for the sides opposite the angles e.g.

</td>
<td>

- من المهمّ جدًا أن يفهم الطَّلبة أنَّه يجب أن يكون لديهم ضلعان والزَّاوية **المحصورة** عند استخدام هذه الصِّيغة. الزَّاوية المحصورة هي الزَّاوية **بين** الضِّلعين المعلومين.
- بالنِّسبة **للمستوى المُبتدئ**: يحتاج الطَّلبة إلى تسمية الأضلاع والزَّوايا في مثلَّث بشكل صحيح. يجب منح الطَّلبة الفرصة لاستخدام مجموعة متنوِّعة من الحروف وعدم استخدام A، B و C دائمًا. عند التَّسمية، تُستخدم الحروف الكبيرة للزَّوايا والحروف الصَّغيرة المناظرة للأضلاع المقابلة للزَّوايا، ومثال ذلك:



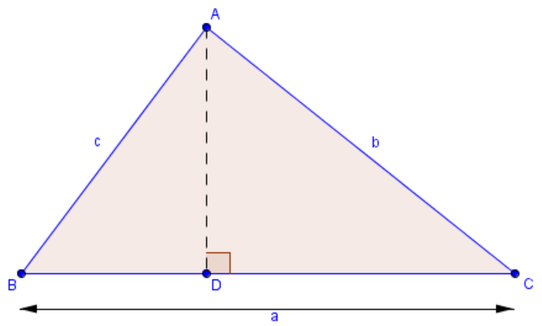
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>

- It is useful for students to understand that the longest side is opposite the largest angle, the medium side is opposite the medium angle and the smallest side is opposite the smallest angle. This allows students to consider whether their answer is reasonable when performing calculations.
- Students should have the opportunity to see where the area formula is derived from. It is not required for students to reproduce this explanation e.g.

</td>
<td>

- سيكون من المفيد للطَّلبة أن يفهموا أنَّ الضِّلع الأطول يكون مقابلًا للزَّاوية الأكبر، والضِّلع المتوسِّط يكون مقابلًا للزَّاوية المتوسِّطة والضِّلع الأصغر يكون مقابلًا لأصغر زاوية. ذلك يتيح للطَّلبة اعتبار إن كانت إجابتهم معقولة عند إجراء العمليَّات الحسابيَّة.
- ينبغي إتاحة الفرصة للطَّلبة لرؤية كيفيَّة اشتقاق صيغة مساحة المثلَّث. وليس مطلوبًا منهم إعادة كتابة هذا الشَّرح، ومثال ذلك:

</td>
</tr>
<tr>
<td>



</td>
<td>

The area of ΔABC is: مساحة المثلَّث ΔABC

$$Area = \frac{1}{2} \times base \times height$$

$$Area = \frac{1}{2} \times BC \times AD$$

وباستخدام حساب المثلَّثات، نعرف أنَّ :

Using trigonometry, we know that:

$$\sin C = \frac{AD}{AC}$$

So,

$$AD = AC \times \sin C$$

نعوِّض بذلك في صيغة المساحة:

We substitute this into the area formula:

$$Area = \frac{1}{2} \times BC \times AC \times \sin C$$

وفي الرَّسم نستطيع أن نرى أنَّ:

In the diagram we can see that:

$BC = a$ and $AC = b$

Therefore,

$$Area = \frac{1}{2} \times a \times b \times \sin C$$

$$Area = \frac{1}{2} ab \sin C$$

</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

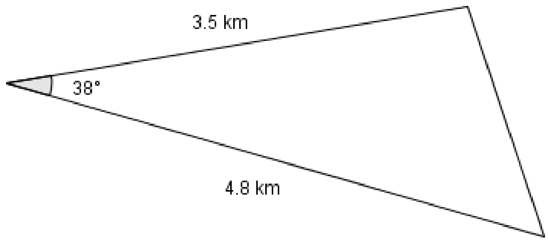
<table>
<tr><td colspan="2">

- For **Developing,** students need to be able to label the triangle and use the formula to calculate the area of the triangle e.g.

</td><td colspan="2">

- بالنسبة **للمستوى المُتقدِّم**: يحتاج الطّلبة إلى أن يكونوا قادرين على تسمية المثلَّث واستخدام الصِّيغة لحساب مساحته، ومثال ذلك:

</td></tr>
<tr><td colspan="2">



</td><td colspan="2">

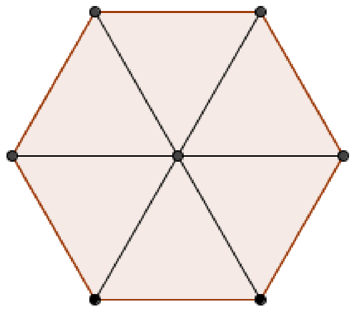
$$Area = \frac{1}{2}ab\sin C$$
$$Area = \frac{1}{2} \times 3.5 \times 4.8 \times \sin 38°$$
$$Area = 5.17\ \mathrm{km}^2$$

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

- For **Mastered,** students need to be able to solve problems which may include drawing the diagram and /or multiple steps e.g.

</td><td colspan="2">

- بالنِّسبة **للمستوى المُتقن**: يحتاج الطّلبة إلى أن يكونوا قادرين على حلِّ المسائل الّتي قد تتضمَّن رسم المثلَّث و/أو خطوات متعدِّدة، ومثال ذلك:

</td></tr>
<tr><td colspan="2">A builder has been asked to make a merry-go-round and needs to calculate how much wood he will require. From the centre to the outside corner is 1.5 m and the angle of each triangle at the centre is 60°. Find the total area of the merry-go-round.</td><td colspan="2">طُلب من عامل بناء إنشاء لعبة الدَّوَّار الخشبيَّة ويحتاج إلى حساب كمِّيَّة الخشب الّذي سيستخدمه. المسافة من المركز وحتَّى الرُّكن الخارجيِّ 1.5 متر، وزاوية كلِّ مثلَّث عند المركز 60°. أوجِد المساحة الكلِّيَّة لهذه اللُّعبة.</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Merry-go-round in a children’s playground</td><td>لعبة الدَّوَّار في ملعب الأطفال</td><td>View of the merry-go-round from above</td><td>منظر جهاز اللّعبة من الأعلى</td></tr>
<tr><td colspan="2">Solution</td><td colspan="2">الحلّ</td></tr>
<tr><td>Area of one triangle:</td><td>مساحة مثلّث الواحد</td><td colspan="2">

$$Area = \frac{1}{2}ab\sin C$$
$$Area = \frac{1}{2} \times 1.5 \times 1.5 \times \sin 60°$$
$$Area = 0.97\ \mathrm{m}^2$$

</td></tr>
<tr><td>Total area of the merry-go-round:</td><td>المساحة الكلِّيَّة للعبة الدَّوَّار الخشبيَّة</td><td colspan="2">

$$Total\ area = 0.97 \times 6$$
$$Total\ area = 5.8\ \mathrm{m}^2$$

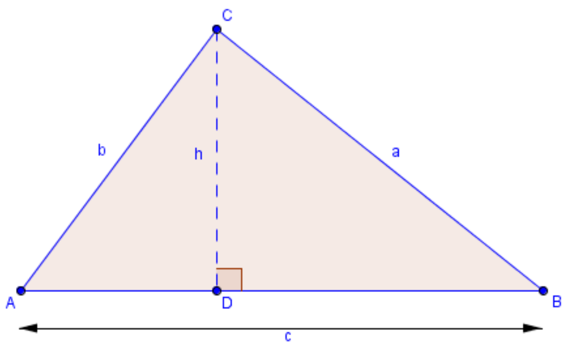
</td></tr>
</table>

10T1.4

- This is the first time students have learnt how to find the length of a side or an angle in a non-right-angled triangle.
- In Cycle 2, students were **not** introduced to Greek letters. In Cycle 3, they will have opportunities to use common Greek letters e.g. $\theta, \alpha, \beta, \mu, \sigma$ etc.
- Students need to label the triangle with capital letters for the angles and the opposite sides with the corresponding lower case letter as for the previous LO (10T1.3).
- Students need to understand that the Sine Rule can be used when (including the unknown) you have 2 sides and 2 angles. This will become clearer once they have learnt the Cosine Rule in the next LO.

Students should have the opportunity to see where the area formula is derived from. It is not required for students to reproduce this explanation e.g

- هذه هي المرَّة الأولى الَّتي يتعلَّم فيها الطَّلبة كيفيَّة إيجاد ضلع أو زاوية في مثلَّث غير قائم الزَّاوية.
- **لم** يتمَّ شرح الحروف اليونانيَّة للطَّلبة في الحلقة 2. وفي الحلقة 3، ستتاح لهم فرص استخدام الحروف اليونانيَّة الشَّائعة، مثل θ، α، β، μ، σ وغيرها.
- يحتاج الطَّلبة لتسمية المثلَّث باستخدام الحروف الكبيرة للزَّوايا وباستخدام الحروف الصَّغيرة المناظرة للأضلاع الَّتي تقابلها كما هو الحال في مُخرَج التَّعلُّم السَّابق (T1.310).
- يحتاج الطَّلبة إلى فهم أنَّه يمكن استخدام قانون الجيب (بما في ذلك المجهول) في حال معرفة ضلعين وزاويتين. وسيكون هذا الأمر أكثر وضوحًا بعد تعلُّمهم قانون جيب التَّمام في مُخرَج التَّعلُّم القادم.
- يجب أن تتاح الفرصة للطَّلبة لرؤية كيفيَّة اشتقاق قانون الجيب. وليس مطلوبا منهم إعادة كتابة هذا الشَّرح، ومثال ذلك:



In ΔACD:

$\sin A = \frac{h}{b}$

$h = b \sin A$

In ΔBCD:

$\sin B = \frac{h}{a}$

$h = a \sin B$

Since $h = b \sin A$ and $h = a \sin B$:

$b \sin A = a \sin B$

Therefore

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$

and

$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$

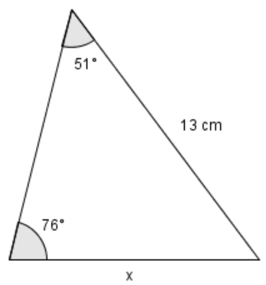
- It is important that students understand that there are two forms of the Sine Rule, one that is useful when finding unknown sides and the other is useful for finding unknown angles e.g.

من الضَّروريّ أن يفهم الطَّلبة أنَّ هناك صورتين لقانون الجيب، إحداهما تُستخدم لإيجاد الضِّلعين المجهولين، والأخرى تُستخدم لإيجاد الزَّوايا المجهولة، ومثال ذلك:

For finding a side:	لإيجاد الزَّاوية	For finding an angle:	لإيجاد الضِّلع
$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$		$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$	

- For **Emerging**, students need to calculate the length of an unknown side e.g.

بالنِّسبة **للمستوى المُبتدئ**: يحتاج الطَّلبة إلى حساب طول ضلع مجهول، مثال ذلك:

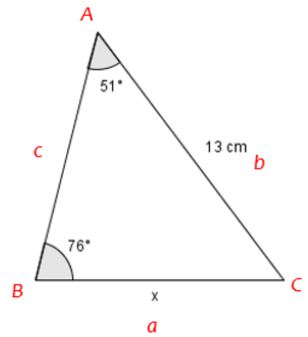


Find the length of x

أوجد طول x

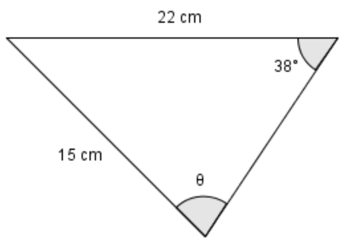
Solution:	الحلّ

Step 1: Label the triangle	**الخطوة 1** : ابدأ بتسمية المثلّث	
$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$	**الخطوة 2:** قرّر أيّة صورة للصِّيغة ستُستخدم **Step 2:** Choose which form of the formula to use	
$\frac{x}{\sin 51°}=\frac{13}{\sin 76°}$	**الخطوة 3:** عوِّض بالقيم في الصِّيغة **Step 3:** Substitute the values into the formula	
$x=\frac{13\times\sin 51°}{\sin 76°}$ $x=10.4\text{ cm}$	**الخطوة 4:** أوجد الحلّ للمتغيّر x **Step 4:** Solve for x	



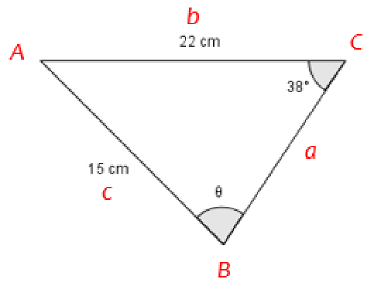
We know the largest side is opposite the largest angle e.g. 13 cm is opposite 76°, so side x needs to be smaller than 13 cm since it is opposite a smaller angle. Therefore 10.4 cm is a reasonable answer for the length of side x.	نحن نعلم أنَّ أكبر ضلع يكون مقابلًا لأكبر زاوية، فمثلًا 13 سم تقابل 76°، ولذلك يجب أن يكون الضِّلع أقل من 13 سم لأنَّه يقابل زاوية أصغر. ولذلك فإنَّ 10.4 سم تُعدُّ إجابة منطقيَّة لطول الضِّلع	الخطوة 5: هل الإجابة منطقيَّة؟ **Step 5:** Is the answer reasonable?

▪ For **Developing**, students also need to calculate the size of an unknown angle e.g.	بالنِّسبة **للمستوى المُتقدِّم**: يحتاج الطَّلبة أيضًا إلى حساب قياس زاوية مجهولة، ومثال ذلك:
أوجد قياس الزّاوية θ Find the size of angle θ	



Solution:	الحلّ:

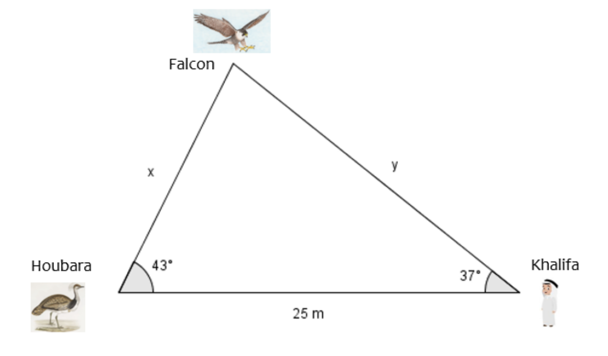
Step 1: Label the triangle	**الخطوة 1** : ابدأ بتسمية المثلّث	
$\frac{\sin A}{a}=\frac{\sin B}{b}=\frac{\sin C}{c}$	**الخطوة 2:** قرّر أيَّة صورة للصِّيغة ستُستخدم **Step 2:** Choose which form of the formula to use	
$\frac{\sin\theta}{22}=\frac{\sin 38°}{15}$	**الخطو 3:** عوِّض بالقيم في الصِّيغة **Step 3:** Substitute the values into the formula	
$\sin\theta=\frac{22\times\sin 38°}{15}$ $\sin\theta=0.9029$ $\theta=\sin^{-1}0.9029$ $\theta=64.6°$	**الخطوة 4:** أوجد الحلّ للمتغيّر x **Step 4:** Solve for x	



We can expect angle θ to be larger than 38° because the side opposite θ is 22 cm which is larger than 15 cm (opposite 38°). It is reasonable for angle θ to be 64.6°.	يمكننا أن نتوقَّع أن تكون الزَّاوية θ أكبر من 38° لأنَّ الضِّلع المقابل للزَّاوية θ طوله 22 سم وهو أكبر من 15 سم (مقابل 38°). من المنطقيِّ أن تكون الزَّاويةθ هي 64.6°	**الخطوة 5:** هل الإجابة منطقيَّة؟ **Step 5:** Is the answer reasonable?

▪ For **Mastered,** students need to solve problems involving finding unknown sides and angles e.g.	بالنِّسبة **للمستوى المُتقِن**: يحتاج الطَّلبة إلى حلِّ المسائل الّتي تتضمَّن إيجاد أضلاع وزوايا مجهولة.

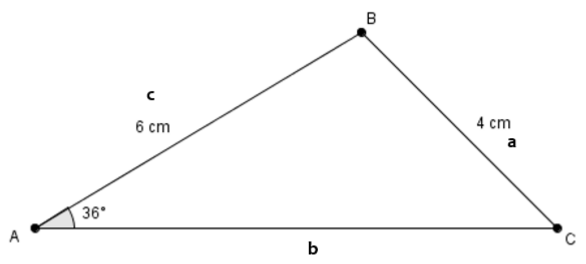
Khalifa sees his falcon flying at an angle of elevation of 37°. Khalifa also sees a houbara on the ground 25 m away. The angle of elevation of the falcon from the houbara is 43°. Find the distance from the houbara to the falcon (x) and from Khalifa to the falcon (y).



يرى خليفة صقره يحلّق بزاوية ارتفاع تبلغ 37°. يرى خليفة أيضًا طائر الحبارى على الأرض على بُعد 25 مترًا. وتبلغ زاوية ارتفاع الصَّقر من الحبارى 43°. أوجد المسافة من طائر الحبارى للصَّقر (x) والمسافة من خليفة إلى الصَّقر (y).

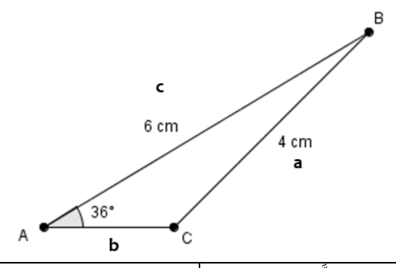
Solution:		:الحلُّ
We need to find the third angle in the triangle. We know that the sum of the angles in a triangle is 180°.	$Angle\ F = 180° - 43° - 37°$ $Angle\ F = 100°$	نحتاج إلى إيجاد الزَّاوية الثّالثة في المثلّث. ونعلم أنَّ مجموع زوايا المثلَّث هو 180°
Find the length of side x أوجد طول الضِّلع x		$\frac{x}{\sin 37°} = \frac{25}{\sin 100°}$ $x = \frac{25 \times \sin 37°}{\sin 100°}$ $x = 15.3$ m
Find the length of side y أوجد طول الضِّلع y		$\frac{y}{\sin 43°} = \frac{25}{\sin 100°}$ $y = \frac{25 \times \sin 43°}{\sin 100°}$ $y = 17.3$ m

▪ Students also need to be aware of the ambiguous case when using the Sine Rule. Ambiguous means ‘capable of two meanings’. In the situation with the Sine Rule, this means that there are two possible triangles that can be drawn with the given measurements and two possible values for the angle e.g.	▪ يحتاج الطَّلبة أيضًا إلى أن يكونوا مدركين الحالة الغامضة عند استخدام قانون الجيب. وكلمة (غامضة) تعني "تحتمل معنيين". في حالة قانون الجيب، هذا يعني أنَّ هناك مثلَّثين محتملين يمكن رسمهما باستخدام القياسات المعطاة وقيمتين محتملتين للزَّاوية، مثال:
A triangle has the measurements: $A = 36°, a = 4$ cm and $c = 6$ cm. There are two possible ways to draw this triangle e.g.	مثلّث له القياسات التّالية: $A = 36°, a = 4$ cm, $c = 6$ cm . هناك طريقتان محتملتان لرسم هذا المثلّث هما:



In this triangle, angle C is an obtuse angle

في هذا المثلّث تكون الزّاوية Cزاوية حادّة



In this triangle, angle C is an acute angle

في هذا المثلّث تكون الزّاوية Cزاوية منفرجة

$$\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin A}{a} \qquad \sin C = \frac{\sin 36° \times 6}{4}$$

$$\sin C = 0.8817 \qquad C = 61.8°$$

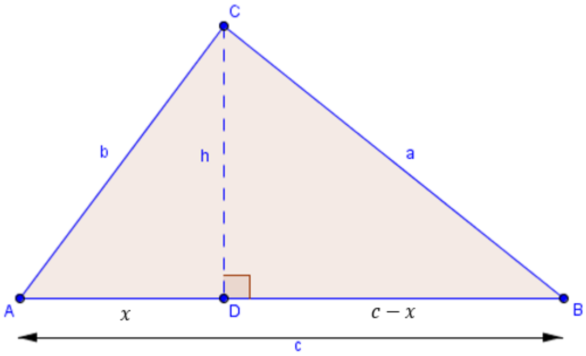
This answer ($C = 61.8°$) is acute and so it fits the second triangle. The two possible answers for angle C add to 180°. This means we can find angle C for the first triangle e.g	هذه الإجابة($C = 61.8°$) تدلُّ على أنَّ الزَّاوية حادَّة وتناسب المثلّث الثّاني. الإجابتان المحتملتان للزّاوية C مجموعهما 180°. وهذا يعني أنّنا نستطيع إيجاد الزَّاوية C في المثلَّث الأوَّل، كما يلي:

$$C = 180° - 61.8° \qquad C = 118.2°$$

10T1.5

- In the previous LO (10T1.4), students were introduced to calculating the length of unknown sides and the size of unknown angles in non-right-angled triangles.
- In Cycle 2, students were **not** introduced to Greek letters. In Cycle 3, they will have opportunities to use common Greek letters e.g. $\theta, \alpha, \beta, \mu, \sigma$ etc.
- Students need to label the triangle with capital letters for the angles and the opposite sides with the corresponding lower case letter as for the previous two LOs (10T1.3 and 10T1.4).
- Students need to understand that the Cosine Rule can be used when (including the unknown) you have 3 sides and 1 angle. This can be compared with the Sine Rule from the previous LO.
- Students should have the opportunity to see where the area formula is derived from. It is not required for students to reproduce this explanation e.g.

- في المُخرَجِ التَّعلّميّ السَّابق (T1.410)، تعرَّف الطّلبة على كيفيَّة حساب أطوال أضلاع مجهولة وقياسات زوايا مجهولة في مثلَّثات غير قائمة الزَّاوية.
- لم يتمَّ شرح الحروف اليونانيَّة للطَّلبة في الحلقة 2. وفي الحلقة 3، ستتاح لهم فرص استخدام الحروف اليونانيَّة الشَّائعة، مثل θ، α، β، μ، σ وغيرها.
- يحتاج الطَّلبة إلى تسمية المثلَّث باستخدام الحروف الكبيرة للزَّوايا وتسمية الأضلاع المقابلة باستخدام الحروف الصَّغيرة المناظرة كما ورد في مُخرَجي التَّعلُّم السَّابقين (10T1.3 and 10T1.4).
- يحتاج الطَّلبة إلى فهم أنَّه يمكن استخدام قانون جيب التَّمام (بما في ذلك المجهول) في حال وجود 3 أضلاع وزاوية واحدة. ويمكن مقارنة ذلك بقانون الجيب في مُخرَج التَّعلُّم السَّابق.
- يجب أن تتاح الفرصة للطَّلبة لرؤية كيفيَّة اشتقاق قانون جيب التَّمام. وليس مطلوبًا منهم إعادة كتابة هذا الشَّرح، ومثال ذلك:



في المثلَّث ΔBCD، وباستخدام نظريَّة فيثاغورس

In ΔBCD, using Pythagoras' Theorem:

$a^2 = (c - x)^2 + h^2$

$a^2 = c^2 - 2cx + x^2 + h^2$

في المثلَّث ΔACD ، وباستخدام نظريَّة فيثاغورس

In ΔACD, using Pythagoras' Theorem:

$b^2 = x^2 + h^2$

نعوِّض b^2 في المعادلة السَّابقة

Substitute b^2 into the previous equation:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2cx$

In ΔACD: في المثلَّث ΔACD

$\cos A = \frac{x}{b}$

$x = b \cos A$

نعوِّض x في المعادلة السَّابقة

Substitute x into the previous equation:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

- من الضَّروري أن يفهم الطَّلبة أنَّ هناك صورتين لقانون جيب التَّمام، إحداهما تفيد لإيجاد الأضلاع المجهولة، والأخرى تفيد لإيجاد الزَّوايا المجهولة. ويمكن إيجاد صيغة الزَّاوية بإعادة ترتيب صيغة الضِّلع وجعل $\cos A$ هي موضوع المعادلة، ومثال ذلك:

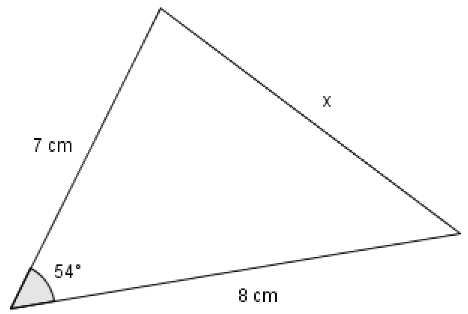
For finding an angle:	لإيجاد الزَّاوية	*For finding a side:*	لإيجاد الضِّلع
$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$		$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$	

- For **Emerging**, students need to calculate the length of an unknown side e.g.

- بالنِّسبة **للمستوى المُبتدئ**: يحتاج الطلبة إلى حساب طول الضِّلع المجهول، مثال ذلك:

أوجد طول x

Find the length of x

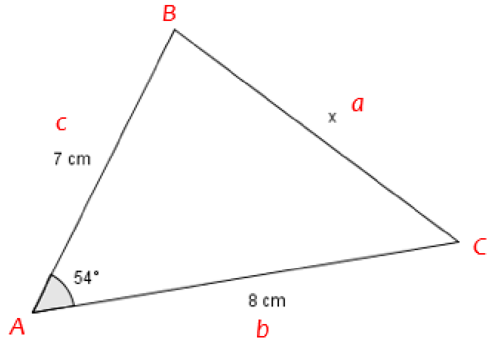


Solution:

الحلّ

الخطوة 1: إبدأ بتسمية المثلّث

Step 1: Label the triangle



$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$	**الخطوة 2:** قرِّر أيَّة صورة للصِّيغة ستُستخدم **Step 2:** Choose which form of the formula to use
$x^2 = 8^2 + 7^2 - 2 \times 8 \times 7 \times \cos 54°$	**الخطو 3:** عوِّض بالقيم في الصِّيغة **Step 3:** Substitute the values into the formula
$x^2 = 47.17$ $x = \sqrt{47.17}$ $x = 6.87 \text{ cm}$	**الخطوة 4:** أوجد الحلّ للمتغيِّر x **Step 4:** Solve for x

The value for x is quite similar to the values for the other two sides. The triangle is close to an equilateral triangle and so the value for x is reasonable.

قيمة x مشابهة إلى حدٍّ كبير لقيمتي الضِّلعين الآخرين. المثلَّث قريب الشَّبيه بمثلَّث متساوي الأضلاع وبالتَّالي فإنَّ قيمة x منطقيَّة.

الخطوة 5: هل الإجابة منطقيَّة؟

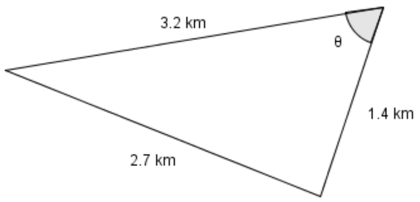
Step 5: Is the answer reasonable?

- For **Developing**, students also need to calculate the size of an unknown angle e.g.

- بالنِّسبة **للمستوى المُتقدِّم**: يحتاج الطّلبة أيضًا إلى حساب قياس الزَّاوية المجهولة، ومثال ذلك:

أوجد قياس الزاوية θ

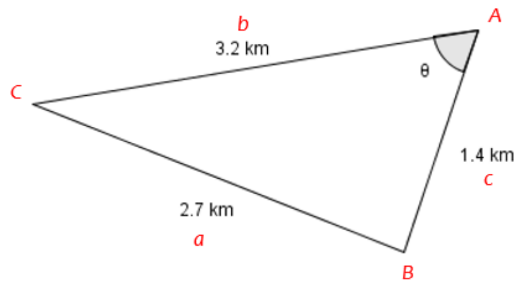
Find the size of angle θ

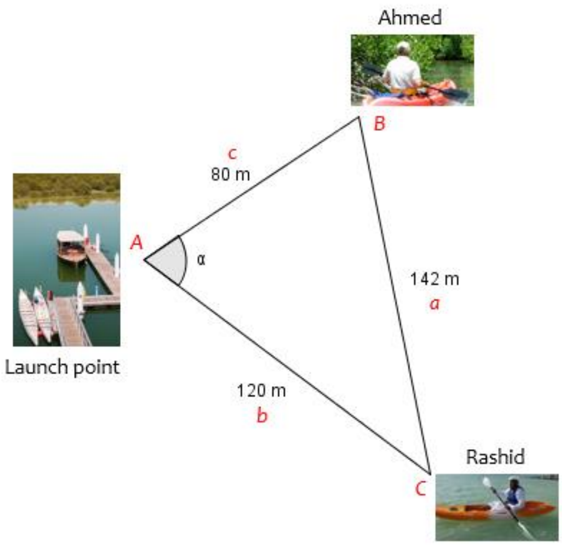


Solution:

الحلّ

Step 1: Label the triangle	**الخطوة 1:** إبدأ بتسمية المثلَّث
$\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$	**الخطوة 2:** قرِّر أيَّة صورة للصِّيغة ستُستخدم **Step 2:** Choose which form of the formula to use
$\cos\theta = \dfrac{3.2^2 + 1.4^2 - 2.7^2}{2 \times 3.2 \times 1.4}$	**الخطو 3:** عوِّض بالقيم المعطاة في الصِّيغة **Step 3:** Substitute the values into the formula
$\cos\theta = 0.5480$ $\theta = \cos^{-1} 0.5480$ $\theta = 56.8°$	**الخطوة 4:** أوجد الحلّ للزّاوية θ **Step 4:** Solve for θ



▪ For **Mastered,** students need to solve problems involving finding unknown sides and angles e.g.	▪ بالنِّسبة **للمستوى المُتقِن:** يحتاج الطَّلبة إلى حلِّ المسائل الَّتي تتضمَّن إيجاد أضلاع وزوايا مجهولة، ومثال ذلك:
Ahmed and Rashid are kayaking in the mangroves. They leave the launch point and paddle in different directions. Ahmed paddles for 80 m and Rashid paddles for 120 m. When they stop, they are 142 m apart. What is the angle (α) between the courses of the two kayaks?	يستقلُّ أحمد وراشد قاربيهما بين أشجار القرم. انطلقا من نقطة البداية وجدَّفا في اتِّجاهين مختلفين. جدَّف أحمد لمسافة 80 مترًا وجدَّف راشد لمسافة 120 مترًا. عندما توقَّفا كانت المسافة الفاصلة بينهما 142 مترًا. ما قياس الزَّاوية (α) بين مساري القاربين ؟
Solution:	الحل:
تحتاج إلى رسم المثلَّث وتسمية الأضلاع والزَّوايا Need to draw the diagram and label the angles and sides	
$\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$	اختر أيَّهما ستستخدم، معادلة الأضلاع أم معادلة الزَّوايا Choose whether to use the side or angle formula
$\cos \alpha = \dfrac{120^2 + 80^2 - 142^2}{2 \times 120 \times 80}$ $\cos \alpha = 0.033$ $\alpha = \cos^{-1} 0.033$ $\alpha = 88.1°$	عوِّض بالقيم وأوجد قيمة α Substitute the values and solve for α

10T1.5

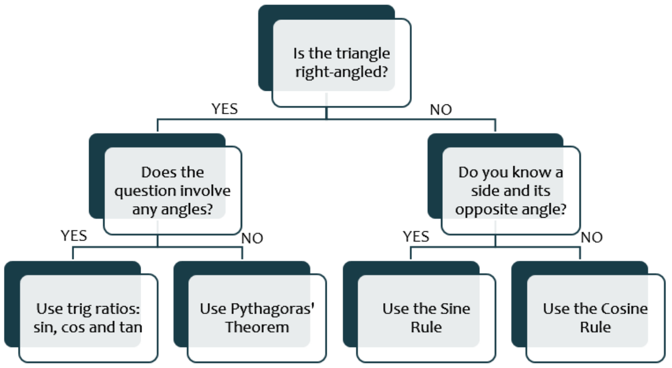
<table>
<tr><td colspan="2">

- This LO allows the students to combine all the different rules they have learnt in a problem solving context. Although students have not used Pythagoras' Theorem so far in this unit, it may be required during this LO.
- Students are **not** told what rules to use in this LO and all problems must include at least one calculation that involves the use of a non-right-angled trigonometric formula.

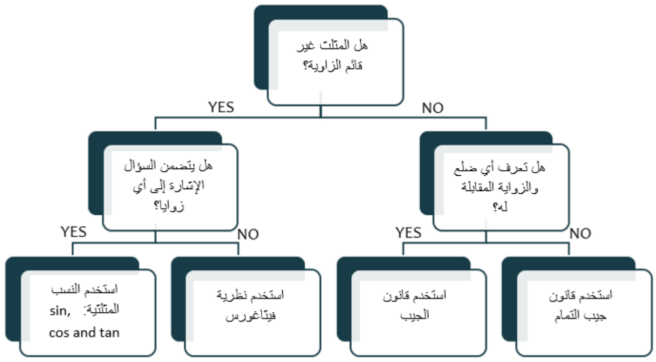
</td><td>

- يتيح هذا المُخرَج التَّعلُّميُّ للطَّلبة الجمع بين القوانين المختلفة الَّتي تعلّموها في سياق حلِّ المسائل. ورغم أنَّ الطَّلبة لم يستخدموا نظريَّة فيثاغورس في هذه الوحدة حتَّى الآن، إلا أنَّها قد تكون مطلوبة خلال هذا المُخرَج التَّعلُّميّ.
- **لا** يتمُّ توجيه الطَّلبة للقانون الَّذي ينبغي استخدامه في هذا المُخرَج التَّعلُّميّ، ويجب أن تحتوي جميع المسائل عمليَّة حسابيَّة واحدة على الأقلِّ تتضمَّن صيغة من صيغ حساب مثلَّثات غير قائمة الزَّاوية.

</td></tr>
<tr><td colspan="2">For **Emerging**, students need to be able to identify what rules they need to use to solve the problem. They may be asked to find an area or to calculate a distance or an angle. It may be helpful to use a flow chart when finding sides and angles e.g.</td><td>بالنِّسبة **للمستوى المُبتدئ**: يحتاج الطّلبة إلى أن يكونوا قادرين على تحديد القوانين الَّتي هم بحاجة لاستخدامها في حلِّ المسألة. قد يُطلب منهم إيجاد المساحة أو حساب مسافة أو زاوية. وقد يكون من المفيد استخدام مخطَّط توضيحيٍّ عند إيجاد قيمة الأضلاع والزوايا، مثال:</td></tr>
<tr><td colspan="2">



</td><td>

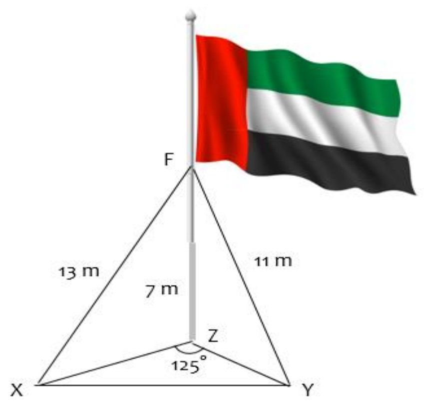


</td></tr>
<tr><td colspan="2">

- For **Developing** and **Mastered**, students need to also solve the problem e.g.

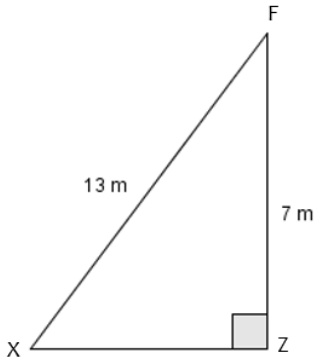
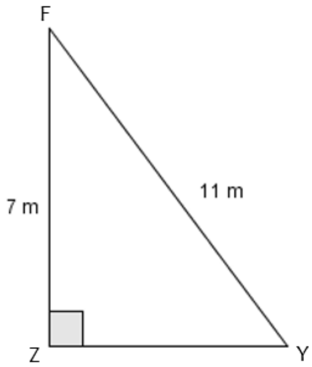
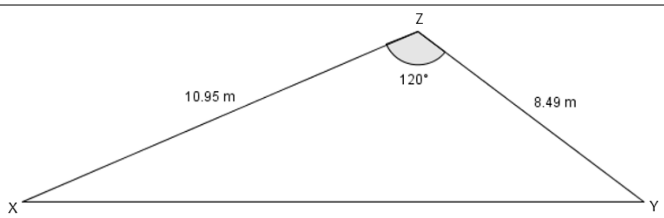
</td><td>بالنِّسبة **للمستوى المُتقدِّم** و**المستوى المُتقِن**: يحتاج الطلبة أيضًا إلى حلِّ المسألة، ومثال ذلك:</td></tr>
<tr><td>A flagpole in the UAE has a point F that is 7 m above level ground. The flagpole is secured from F by two straight wires measuring 13 m and 11 m to two points X and Y on the ground. Angle XZY is 125°.

What is the distance from X to Y?</td><td>



</td><td>سارية علم في دولة الإمارات العربيَّة المتَّحدة بها النُّقطة F الَّتي ترتفع 7 أمتارٍ عن مستوى الأرض. يتمُّ تأمين سارية العلم من النُّقطة F بواسطة سلكين طولهما 13 مترًا و11 مترًا بحيث يكون طرفاهما عند النُّقطتين X و Y على الأرض. ويبلغ قياس الزَّاوية XZY 125°.

ما هي المسافة من X إلى Y؟</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td></td></tr>
</table>

Solution:	الحلّ:
At the **Emerging** level, students need to recognise that first Pythagoras' Theorem must be used to find the length of XZ and YZ and then the Cosine Rule needs to be used to find the length of XY.	بالنِّسبة **للمستوى المُبتدئ**: يجب أن يدرك الطّلبة أنَّ عليهم استخدام نظريَّة فيثاغورس أوَّلًا لإيجاد طولي XZ و YZ ثمَّ استخدام قانون جيب التّمام لإيجاد طول XY.
At the **Developing** level, students use the rules described for Emerging to solve the problem.	بالنِّسبة **للمستوى المُتقدِّم:** يستخدم الطّلبة القوانين الموضَّحة في المستوى المُبتدئ لحلِّ المسألة.
	$a^2 = c^2 - b^2$ $XZ^2 = 13^2 - 7^2$ $XZ^2 = 120$ $XZ = \sqrt{120}$ $XZ = 10.95 \text{ m}$
	$a^2 = c^2 - b^2$ $YZ^2 = 11^2 - 7^2$ $YZ^2 = 72$ $YZ = \sqrt{72}$ $YZ = 8.49 \text{ m}$
	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ $XY^2 = 10.95^2 + 8.49^2 - 2 \times 10.95 \times 8.49 \times \cos 125°$ $XY^2 = 298.63$ $XY = 17.28 \text{ m}$
At the **Mastered** level, students need to give the answer in the context of the original problem e.g. *'The distance from X to Y (the ends of the two wires supporting the flagpole) is 17.28 m.'*	بالنِّسبة **للمستوى المُتقِن**: يحتاج الطّلبة إلى إعطاء إجابة في سياق المسألة الأصليَّة، مثال: "المسافة من X إلى Y (نهايَتي السِّلكين اللَّذين يدعمان سارية العلم) هي 17.28 مترًا".