

ABU DHABI EDUCATION COUNCIL

Abu Dhabi Education Zone

AL Mountaha Secondary School

g-12 science section

Mathematics

Student Name:.....

Section:.....

How Long is the Average Chord of a Circle?/

2009-2010 Second Semester

مجلس أبو ظبي للتعليم

منطقة أبو ظبي التعليمية

مدرسة المنتهى للتعليم الثانوي

الصف الثاني عشر علمي

الرياضيات

اسم الطالبة : .....

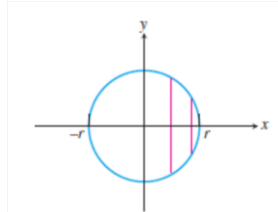
الشعبة : .....

ما متوسط طول الوتر في دائرة ؟ /

2010-2009 الفصل الدراسي الثاني

Materials	المتطلبات ( الاحتياجات )
Transparency file	ملف شفاف
Paper – Square paper	ورق مسطر – ورق مربعات
Calculator	آلة حاسبة
Pencil – Pen – Ruler	قلم رصاص – قلم حبر – مسطرة
Scissors	دباسة

القيمة المتوسطة للدالة : ما متوسط طول الوتر في دائرة ؟؟؟



**Average Value of Function**

**How Long is the Average Chord of a Circle?**

### Average Value of a Function : القيمة المتوسطة للدالة

متوسط n من الأعداد هو مجموع هذه الأعداد مقسوما على n . الآن نريد تعريف القيمة المتوسطة للدالة f على فترة مغلقة [a , b] هي :

The average of n numbers is the sum of the numbers divided by n. How would we define the average value of an arbitrary function f over a closed interval [a, b]?

$$av(f) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

### Mean Value Theorem for Definite Integrals : نظرية القيمة المتوسطة في التكامل المحدود

إذا كانت الدالة f متصلة على الفترة المغلقة [a,b] فهناك عدد c في الفترة [a,b] بحيث يكون :

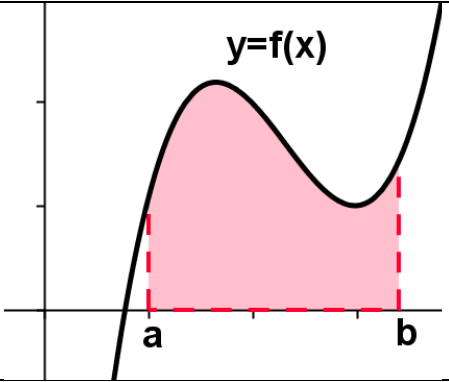
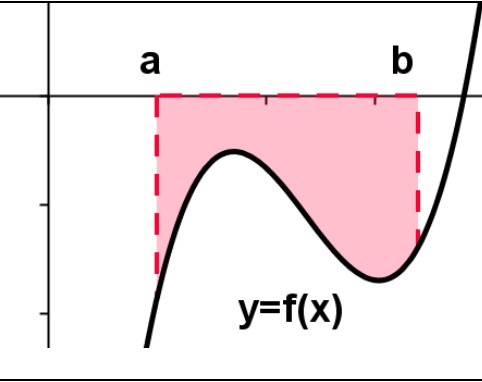
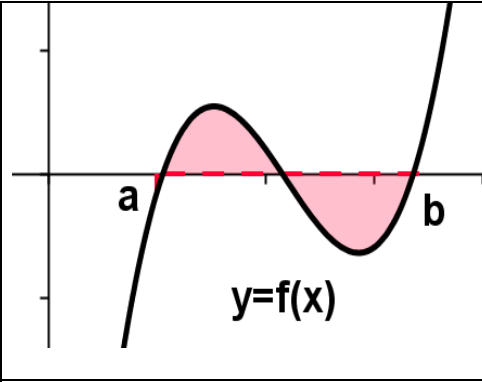
If f is continuous on [a, b], then at some point c in [a, b],

$$f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

## التكامل المحدود والمساحة : Definite Integral and Area

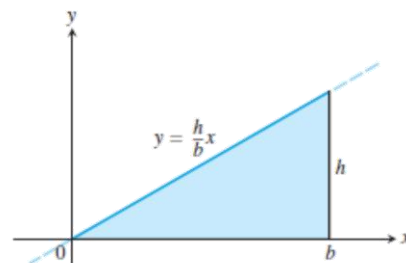
هذه بعض الأسئلة التي تعتمد على الرسم البياني ، اكتبى عبارة رياضية تصف التكامل المحدود بناءً على الرسم المجاور:

Here are some questions for you based upon the graph . Write a statement that

		
$\int_a^b f(x)dx = \dots \dots \dots$	$\int_a^b f(x)dx = \dots \dots \dots$	$\int_a^b f(x)dx = \dots \dots \dots$

Consider the region in the first quadrant under the curve  $y = \left(\frac{h}{b}\right)x$  from  $x=0$  to  $x=b$  (see figure).

- (a) Use a geometry formula to calculate the area of the region.
- (b) Find all antiderivatives of  $y$ .
- (c) Use an antiderivative of  $y$  to evaluate  $\int_0^b y(x)dx$ .



ليكن لدينا المنطقة الموجودة في الربع الأول من محاور الإحداثيات تحت المنحنى  $y = \left(\frac{h}{b}\right)x$  من  $x=0$  إلى  $x=b$  كما في الشكل :

- (1) استخدم علاقة هندسية لحساب مساحة تلك المنطقة .
- (2) أوجد جميع المشتقات العكسية للدالة  $y$  .
- (3) استخدم المشتقة العكسية لحساب قيمة  $\int_0^b y(x)dx$  .

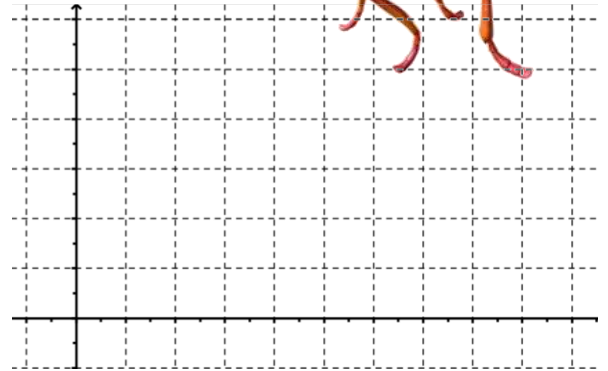
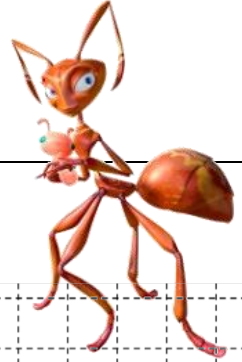
أولاً :

إذا علمت أن الارتفاع الذي تصله نملة تتسلق جدار يعطى بالعلاقة  $f(t) = 2 + 0.5t$  حيث  $t$  الزمن بالدقيقة ، و  $t \in [0, 16]$

- (1) أوجد متوسط الارتفاع الذي تصله النملة في الفترة الزمنية  $[2, 10]$  .
- (2) بعد كم دقيقة تصل النملة لهذا الارتفاع .

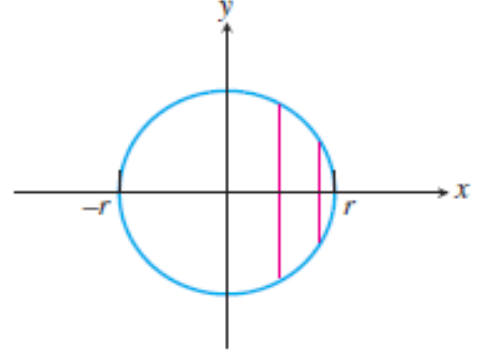
If you know that the height that an ant could reach while climbing a wall is shown by this relation  $f(t) = 2 + 0.5t$  when  $t$  is the time per minute and  $t \in [0, 16]$

- 1) Find the average height that the ant could reach during the period  $[2, 10]$
- 2) After how many minutes can the ant reach that height?



Suppose we have a circle of radius  $r$  centered at the origin. We want to know the average length of the chords perpendicular to the diameter  $[-r, r]$  on the  $x$ -axis.

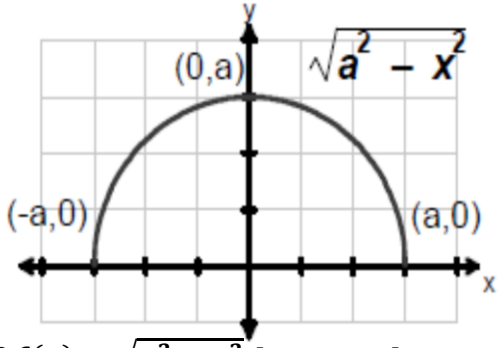
1. Show that the length of the chord at  $x$  is  $2\sqrt{r^2 - x^2}$ .
2. Set up an integral expression for the average value of  $2\sqrt{r^2 - x^2}$  over the interval  $[-r, r]$ .
3. Evaluate the integral by identifying its value as an area.
4. So, what is the average length of a chord of a circle of radius  $r$ ?
5. Explain how we can use the Mean Value Theorem for Definite Integrals (Theorem 3) to show that the function assumes the value in step 4.



### ثانياً :

افترض أن دائرة طول نصف قطرها  $r$  ومركزها نقطة الأصل . ونريد أن نعرف متوسط أطوال الأوتار العمودية على القطر  $[-r, r]$  على محور السينات .

- (1) بين أن طول الوتر عند  $x$  هو  $2\sqrt{r^2 - x^2}$
- (2) ضع تكاملاً يعبر عن القيمة المتوسطة لـ  $2\sqrt{r^2 - x^2}$  على الفترة  $[-r, r]$  .
- (3) قدر التكامل بتحديد قيمته كمساحة .
- (4) ما متوسط طول الوتر للدائرة التي طول نصف قطرها  $r$  ؟
- (5) اشرح كيف تستخدم نظرية القيمة المتوسطة لتحديد التكامل لتبين أن الدالة تأخذ القيمة كما هو مذكور في الخطوة السابقة .



إذا كانت  $f(x) = \sqrt{a^2 - x^2}$  ممثلة بالشكل المجاور ، وكان  $\int_{-a}^a f(x) dx = 2\pi$  .

**ثالثا :**

- (1) أوجد قيمة  $a$  .
- (2) أوجد القيمة المتوسطة للدالة في الفترة  $[-a,a]$  .
- (3) عند أي النقاط في هذه الفترة تأخذ الدالة هذه القيمة المتوسطة .

If  $f(x) = \sqrt{a^2 - x^2}$  shown on the next form and  $\int_{-a}^a f(x) dx = 2\pi$  :

- 1) Find the value of  $a$
- 2) Find the average value of the function in  $[-a,a]$  .
- 3) At which point in this period , the function will take this value?