Grade 12 Academic Mathematics **رياضيات الصف الثاني عشر العلمي**

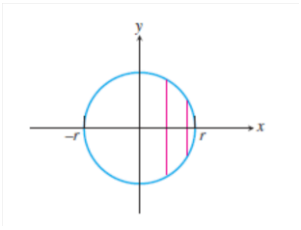
Exploration – How Long is the Average Chord of a Circle? **إستكشاف –** ما متوسط طول الوتر في دائرة ؟.

Indicator: ***12Ac3–Apply the Average Value of Function***

المؤشر : 12Ac3–تطبيق القيمة المتوسطة للدالة

Student: **الإسم :** **Class:** **الفصل :**

Students have 2 class periods to complete the following task. *The exploration is to be completed **in pairs** – students must submit their own report.*	*يُعطى الطلاب فترة حصتين لإكمال العمل التالي .* *يتم إكمال الإستكشاف في مجموعات من طالبين. يجب أن يُقدم كل طالب تقريره الخاص .*



القيمة المتوسطة للدالة : **ما متوسط طول الوتر في دائرة ؟؟؟؟**

Average Value of Function

How Long is the Average Chord of a Circle?

القيمة المتوسطة للدالة : Average Value of a Function

متوسط n من الأعداد هو مجموع هذه الأعداد مقسوما على n . الآن نريد تعريف القيمة المتوسطة للدالة f على فترة مغلقة [a , b] هي :

The average of n numbers is the sum of the numbers divided by n. How would we define the average value of an arbitrary function f over a closed interval [a, b]?

$$av(f) = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$$

نظرية القيمة المتوسطة في التكامل المحدود : Mean Value Theorem for Definite Integrals

إذا كانت الدالة f متصلة على الفترة المغلقة [a,b] فهناك عدد c في الفترة [a,b] بحيث يكون :

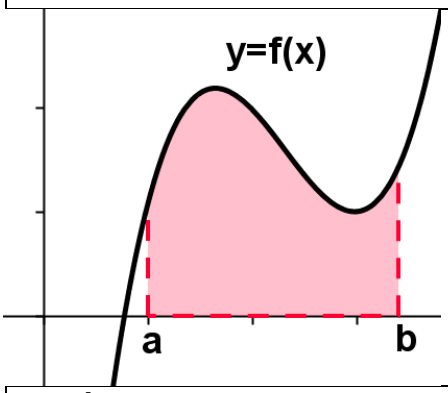
If f is continuous on [a, b], then at some point c in [a, b],

$$f(c) = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$$

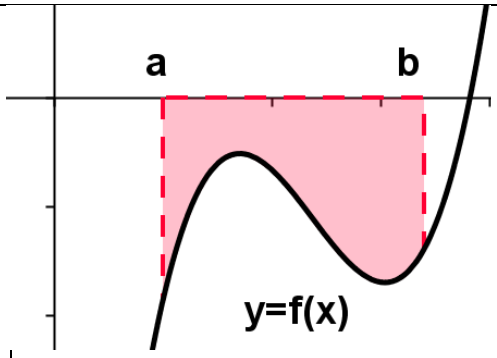
التكامل المحدود والمساحة : **Definite Integral and Area**

هذه بعض الأسئلة التي تعتمد على الرسم البياني ، اكتبي عبارة رياضية تصف التكامل المحدود بناءاً على الرسم المجاور:

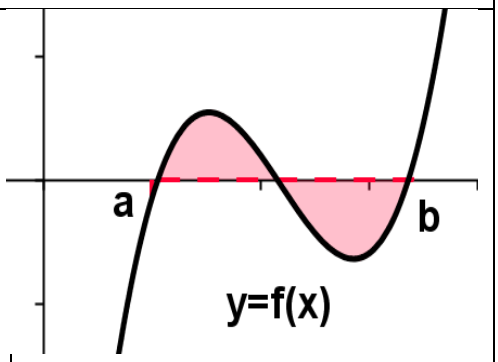
Here are some questions for you based upon the graph . Write a statement that



$\int_a^b f(x)dx = \cdots \ldots \ldots \ldots$



$\int_a^b f(x)dx = \cdots \ldots \ldots \ldots$



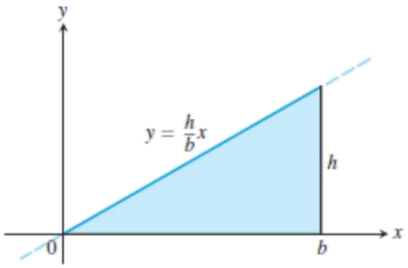
$\int_a^b f(x)dx = \cdots \ldots \ldots \ldots$

Consider the region in the first quadrant under the curve $y\ y = \left(\frac{h}{b}\right)x$ from $x = 0$ to $x = b$ (see figure).

(a) Use a geometry formula to calculate the area of the region.

(b) Find all antiderivatives of y.

(c) Use an antiderivative of y to evaluate $\int_0^b y(x)dx$.



ليكن لدينا المنطقة الموجودة في الربع الأول من محاور الإحداثيات تحت المنحنى $y = \left(\frac{h}{b}\right)x$ من x= 0 إلى x = b كما في الشكل :

1) استخدم علاقة هندسية لحساب مساحة تلك المنطقة .
2) أوجد جميع المشتقات العكسية للدالة y .
3) استخدم المشتقة العكسية لحساب قيمة $\int_0^b y(x)dx$.

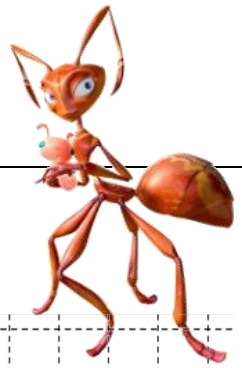
أولا :

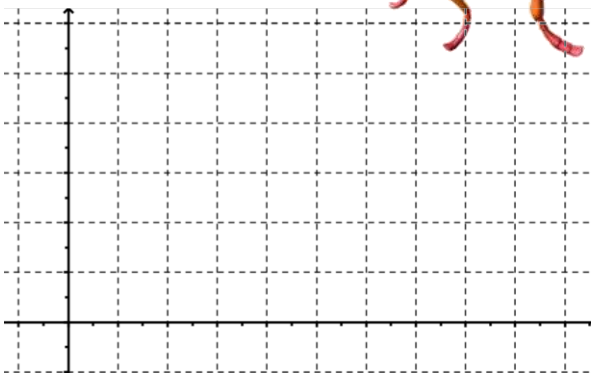
إذا علمت أن الارتفاع الذي تصله نملة تتسلق جدار يعطى بالعلاقة $f(t) = 2 + 0.5t$ حيث t الزمن بالدقيقة ، و $t \in [0\ ,16]$.

1) أوجد متوسط الارتفاع الذي تصله النملة في الفترة الزمنية [2 , 10] .
2) بعد كم دقيقة تصل النملة لهذا الارتفاع .

If you know that the height that an ant could reach while climbing a wall is shown by this relation $f(t) = 2 + 0.5t$ when t is the time per minute and t ∈ [0,16]

1) Find the average height that the ant could reach during the period [2,10]
2) After how many minutes can the ant reach that height?

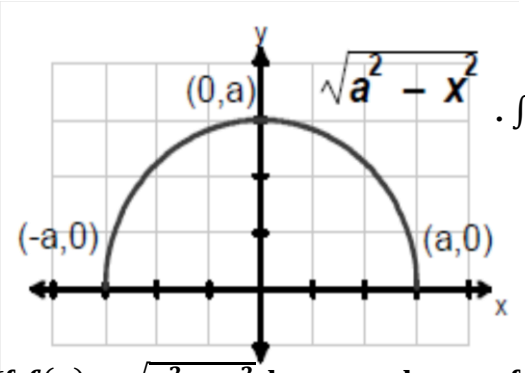




ثانيا :

إذا كانت $f(x)=\sqrt{a^2-x^2}$ ممثلة بالشكل المجاور ، وكان $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\pi$.

1) أوجد قيمة a .
2) أوجد القيمة المتوسطة للدالة في الفترة [-a,a] .
3) عند أي النقاط في هذه الفترة تأخذ الدالة هذه القيمة المتوسطة .



If $f(x)=\sqrt{a^2-x^2}$ shown on the next form and $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\pi$:

1) **Find the value of a**
2) **Find the average value of the function in [-a,a] .**
3) **At which point in this period , the function will take this value?**

Suppose we have a circle of radius *r* centered at the origin. We want to know the average
length of the chords perpendicular to the diameter [-*r*, *r*] on the *x*-axis.

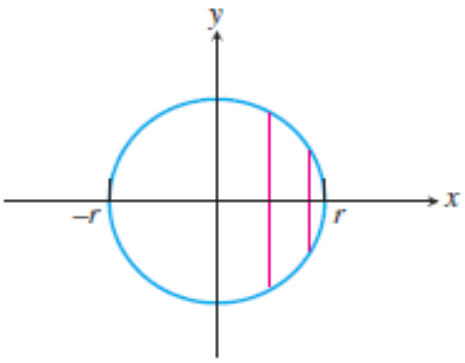
1. Show that the length of the chord at *x* is $2\sqrt{r^2 - x^2}$.

2. Set up an integral expression for the average value of $2\sqrt{r^2 - x^2}$ over the
interval [-*r*, *r*] .

3. Evaluate the integral by identifying its value as an area.

4. So, what is the average length of a chord of a circle of radius *r*?

5. Explain how we can use the Mean Value Theorem for Definite Integrals
(Theorem 3) to show that the function assumes the value in step 4.



ثالثا :

افترض أن دائرة طول نصف قطرها r ومركزها نقطة الأصل . ونريد أن نعرف متوسط أطوال الأوتار العمودية على القطر [-r , r] على محور السينات .

1) بين أن طول الوتر عند x هو $2\sqrt{r^2 - x^2}$
2) ضع تكاملا يعبر عن القيمة المتوسطة لـ $2\sqrt{r^2 - x^2}$ على الفترة [-r , r] .
3) قدر التكامل بتحديد قيمته كمساحة .
4) ما متوسط طول الوتر للدائرة التي طول نصف قطرها r ؟
5) **اشرح كيف تستخدم نظرية القيمة المتوسطة لتحديد التكامل لتبين أن الدالة تأخذ القيمة كما هو مذكور في الخطوة السابقة .**