Grade 12 Academic Mathematics | **رياضيات الصف الثاني عشر العلمي**

Investigation – Fundamental Theorem of Calculus | **بحث–النظرية الأساسية للتفاضل والتكامل**

Indicator: ***12Ac4–Use and apply the formal concept of the definite integral***

المؤشر : 12Ac4–إستخدام وتطبيق المبدأ الأساسي للتكامُل المحدود

Student:	**الإسم :**	**Class:**	**الفصل :**

Students have 1 class period to complete the following task. *The investigation is to be completed individually – students can ask the teacher clarifying questions.*	*يُعطى الطلاب فترة حصة واحدة لإكمال العمل التالي .* *يتم إكمال البحث بصورة فردية . يُمكن للطلاب سؤال المُعلم أسئلة توضيحية .*

Old King Cole was indeed a merry old soul who truly enjoyed his dinner. The king's eating speed as a function of time (in minutes) can be modeled by: $f(t)=\sqrt{-0.3t+9}$

where his initial eating speed is three mouthfuls per minute, the size of a mouthful is constant throughout dinner and each mouthful equals one tablespoon in measure, and the king begins his dinner at precisely 6:00 p.m. and finishes at 6:30 p.m.

Please use the above scenario to clearly explain the Fundamental Theorem of Calculus. In other words, in relation to Old King Cole and his eating dinner, **what does it actually mean to say that** $\int_a^b f(t)dt = F(b)-F(a)$

i.e., WHY and HOW does the fundamental theorem work???

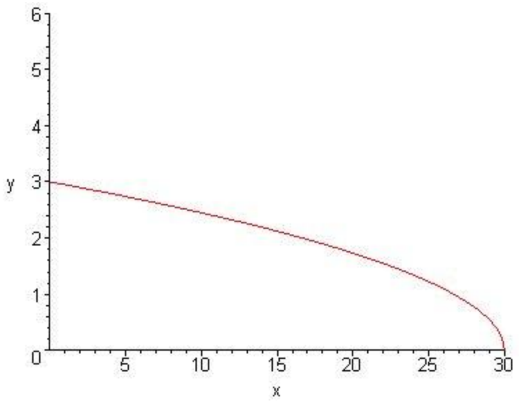
In order to arrive at this understanding, calculate and describe what the various elements of the theorem represent; in each question, please state both the algebraic fact and the verbal description requested. **Please draw diagrams or graphs to illustrate each of your answers.**

<u>Example</u>:

algebraic fact: $f(t)=\sqrt{-0.3t+9}$

verbal description of f(t) **<u>in terms of the physical features of eating dinner</u>:** f(t) represents the king's eating speed as a function of time

graph/diagram:



يحكى انه كان هناك ملك خفيف الظل وكان يستمتع حقاً بعشائه.

إذا كان يمكن لنا أن نضع نموذجا لدالة تمثل سرعة أكل الملك بالنسبة للزمن (بالدقائق) على الشكل التالي:

$f(t)=\sqrt{-0.3t+9}$

وحيث أن سرعة أكل الملك الإبتدائية تعادل ملئ فمه بالطعام ثلاث مرات بالدقيقة الواحدة وعلى اعتبار ان ملء الفم كمية ثابتة تعادلى مقياس ملعقة طعام . كما أن الملك قد بدأ عشائه في تمام الساعة السادسة مساءاً وانتهى الساعة السادسة والنصف مساءاً.

من فضلك استخدم السيناريو السابق لكي توضح النظرية الأساسية لتفاضل والتكامل وبمعنى آخر: بناء على العلاقة التي تمثل أكل الملك لعشائه ماذا يعني قولنا أن : $\int_a^b f(t)dt = F(b)-F(a)$

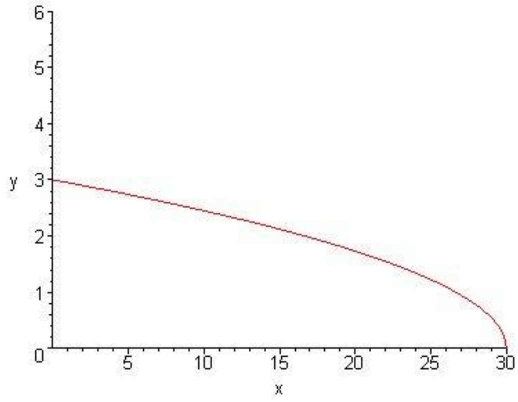
بمعنى آخر لماذا وكيف تعمل النظرية؟

ولكي نصل لذلك الفهم . احسب وصف عناصر النظرية المختلفة في كل سؤال مما يلي . يرجى ذكر العلاقة الجبرية (الحقيقة الجبرية) والوصف اللفظي المطلوب. يرجى رسم شكل يصف أو يشرح اجابتك.

<u>مثال :</u>

<u>الحقيقة الجبرية :</u> $f(t)=\sqrt{-0.3t+9}$

<u>الوصف اللفظي للدالة f(t) :</u> بناء على المعنى الفيزيائي لعملية تناول العشاء هو ان الدالة f(t) سرعة اكل الملك كدالة مع الزمن كما بالشكل .



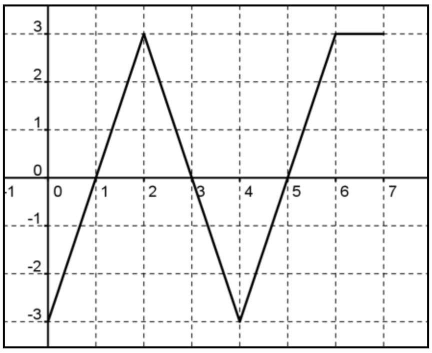
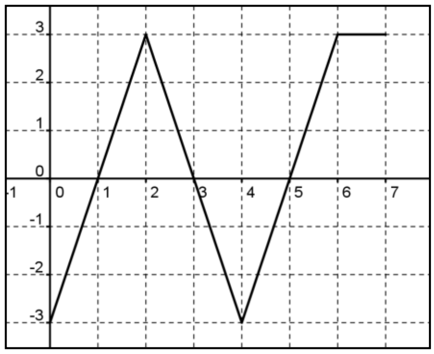
1. Algebraic fact: F(t)= verbal description of F(t) in terms of the physical features of eating dinner:	F(t)= :1. الحقيقة الجبرية الوصف اللفظي : بناء على المعنى الفيزيائي لعملية تناول العشاء
graph/diagram:	الرسم :

2. Algebraic fact: F(0)= verbal description of F(0) in terms of the physical features of eating dinner:	F(0)= :2. الحقيقة الجبرية الوصف اللفظي للدالة F(0): بناء على المعنى الفيزيائي لعملية تناول العشاء
graph/diagram:	الرسم :

3. Algebraic fact: F(30)= verbal description of F(30) <u>in terms of the physical features of eating dinner</u>:	3. الحقيقة الجبرية : F(30)= الوصف اللفظي للدالة F(30): بناء على المعنى الفيزيائي لعملية تناول العشاء
graph/diagram:	الرسم :

4. Algebraic fact: F(30) – F(0) = verbal description of F(30) – F(0) <u>in terms of the physical features of eating dinner</u>:	4. الحقيقة الجبرية : F(30) – F(0) = الوصف اللفظي للدالة F(30) – F(0) بناء على المعنى الفيزيائي لعملية تناول العشاء
graph/diagram:	الرسم :

5. Explain the meaning of $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$. In particular, address the relationship that $F(b)-F(a)$ has to the area under a curve. algebraic fact: $\int_0^{30} \sqrt{-0.3t+9}\ \ dt =$ verbal description of $\int_0^{30} \sqrt{-0.3t+9}\ \ dt$ <u>in terms of the physical features of eating dinner</u>:	5. فسر معنى $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$. وتحديداً: ما معنى العلاقة $F(b)-F(a)$ بالنسبة للمساحة تحت المنحنى الحقيقة الجبرية: .... $\int_0^{30} \sqrt{-0.3t+9}\ \ dt =$ الوصف اللفظي للدالة $\int_0^{30} \sqrt{-0.3t+9}\ \ dt$ بناء على المعنى الفيزيائي لعملية تناول العشاء
graph/diagram—**please include graphs of both** $\int_0^{30} \sqrt{-0.3t+9}\ \ dt$ **and** $F(30)-F(0)$ **on the same set of axes.**	الرسم : من فضلك ارسم $\int_0^{30} \sqrt{-0.3t+9}\ \ dt$ و $F(30)-F(0)$ على نفس الرسم

6. Application: as previously mentioned Let a particle moves along the x axis .its position is determined according to the relation $S(t) = \int_0^t f(x)$ Where f is a continuous function along its domain [0,7] It is represented on the following graph  Using the fundamental theorem of calculus with its two parts answer the following questions	**6.** تطبيق : كما في السابق اعتبر أن جسيم يتحرك على محور إحداثي يتحدد موقعه بالعلاقة $S(t) = \int_0^t f(x)$ حيث f دالة متصلة على مجالها [0,7] الممثلة بالشكل المجاور  باستتخدام النظرية الأساسية للتفاضل والتكامل بجزئيها اجب عن الأسئلة التالية
a) What is the position of the particle at t=0	a) ما موقع الجسيم عند $t=0$ ؟
B) What is the velocity of the particle at t=3	b) ماسرعة الجسيم عند $t=3$ ؟
c) The distance during the 7 seconds	c) ما المسافة المقطوعة خلال الثواني السبع ؟
d) How many time the particle passes through the origin after it starts moving	d) كم مرة يمر الجسيم بنقطة الأصل بعد انطلاقه أول مرة ؟
e) Through the first 7 second at which exact time will s be the greatest value and smallest value? Greatest value at t: Smallest value at t:	e) عند أي زمن خلال 7sec الأولى تكون s لها أكبر قيمة ، لها أصغر قيمة ؟ أكبر قيمة عند t : أصغر قيمة عند t :