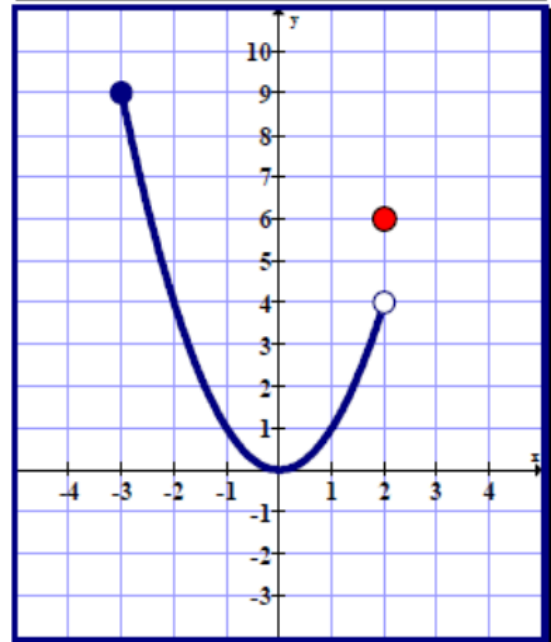
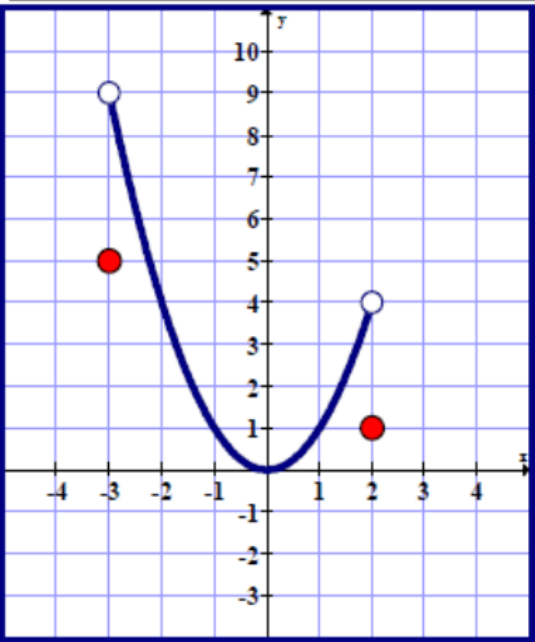
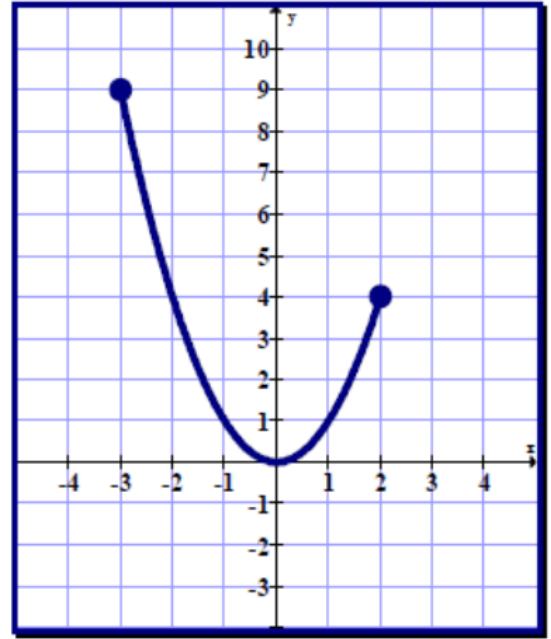
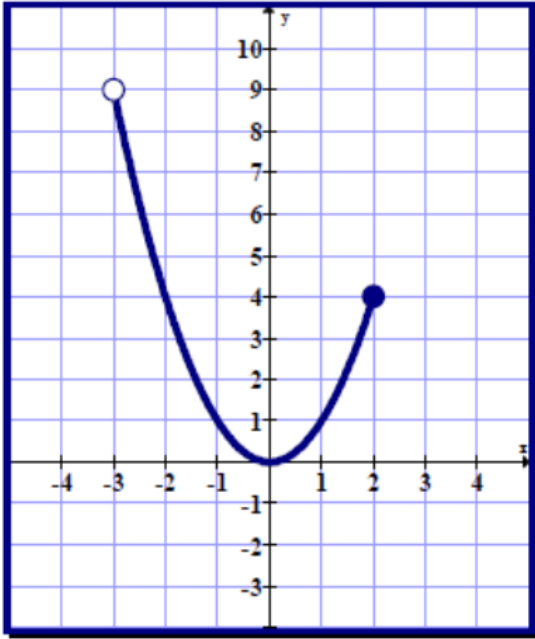


في الأشكال التالية : ادرس اتصال الدوال التالية عند $x = -3, x = 2$



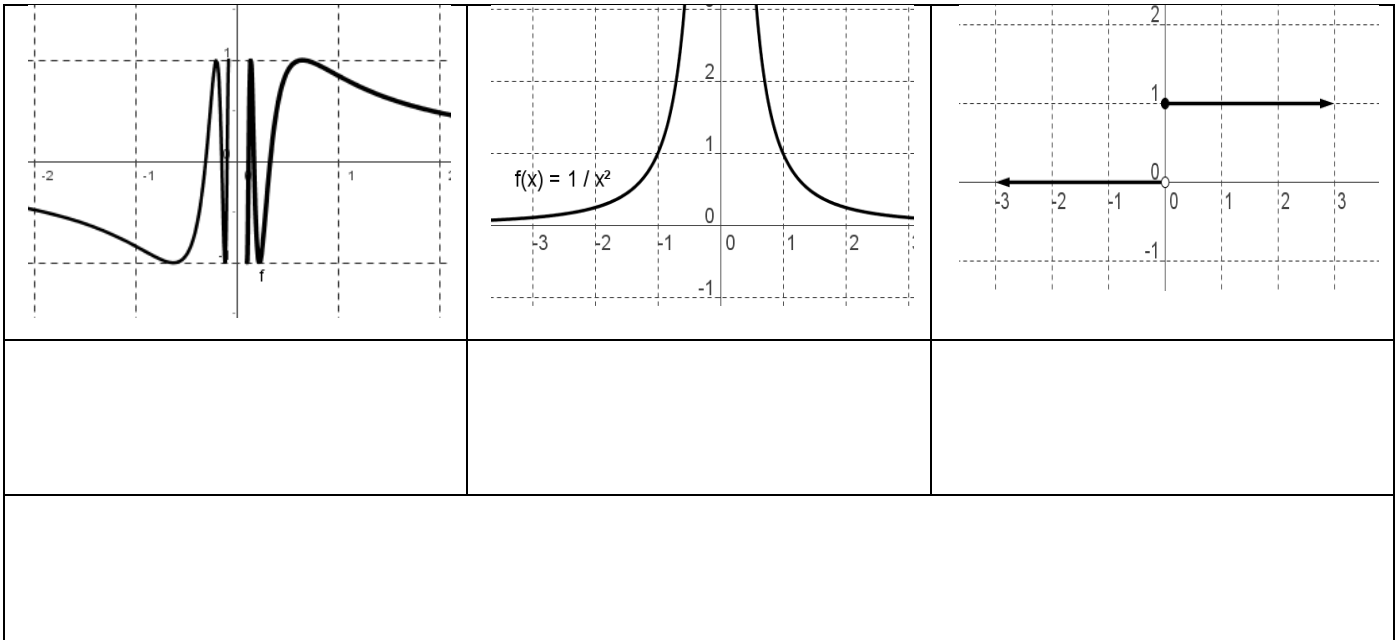
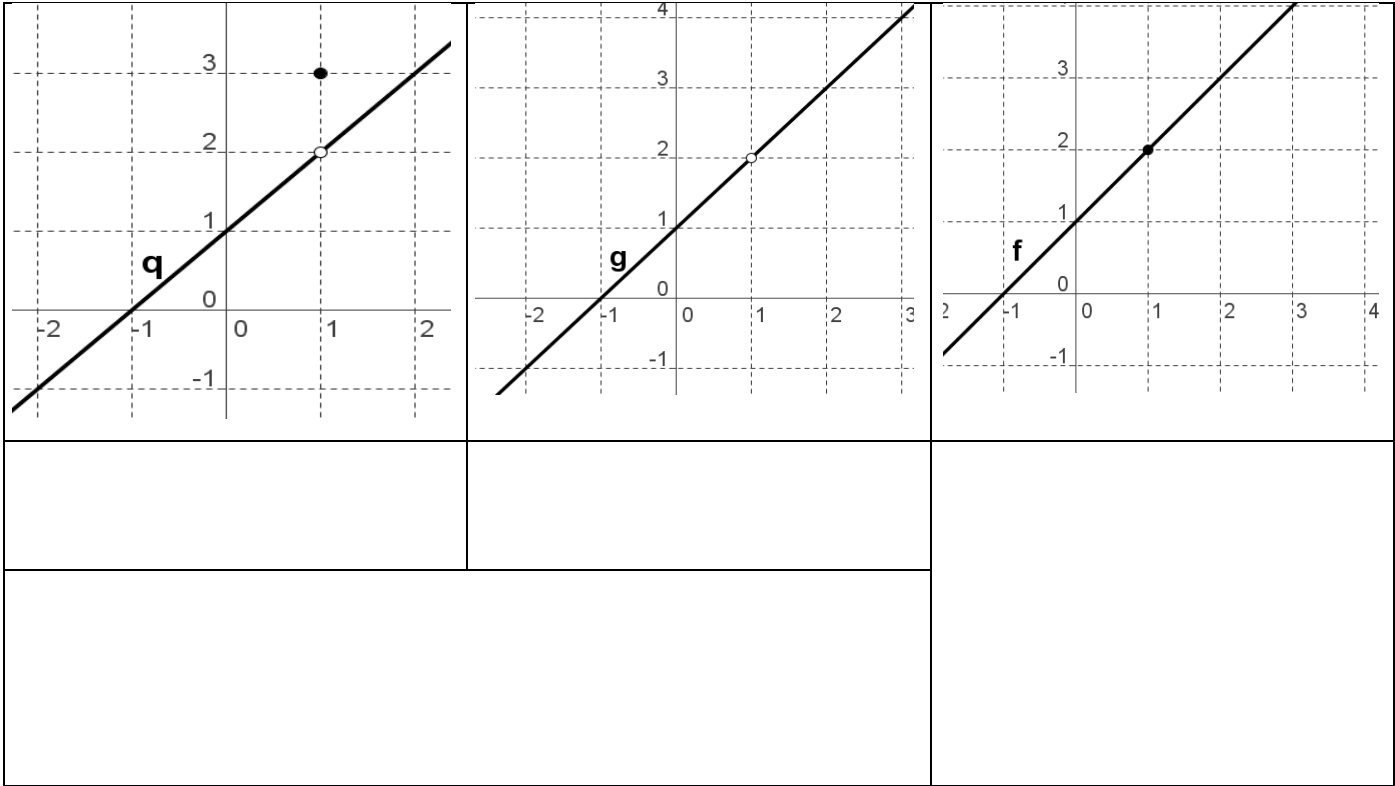
الرياضيات – تفكير سليم – دقة وتعاون – صبر ونظام – تذوق الجمال العلمي .

Mathematics- Proper Thinking- Accuracy and Cooperation- Patience and Discipline- Science Beauty sensation

Flayyha

الأنواع المختلفة من الانفصال وكيفية علاجها

تأمل الأشكال التالية:

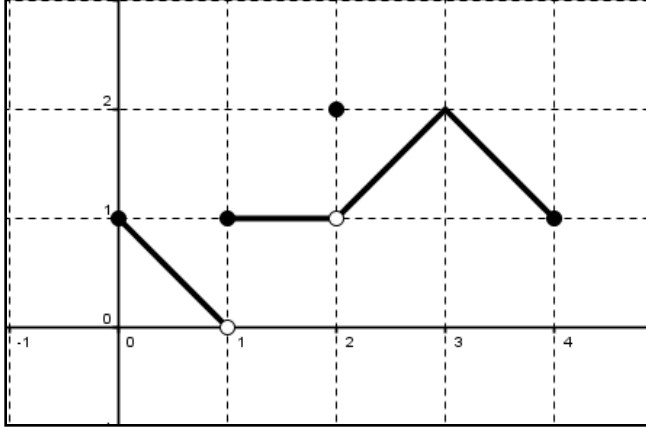


الرياضيات – تفكير سليم – دقة وتعاون – صبر ونظام – تذوق الجمال العلمي .

Mathematics- Proper Thinking- Accuracy and Cooperation- Patience and Discipline- Science Beauty sensation

Flayya

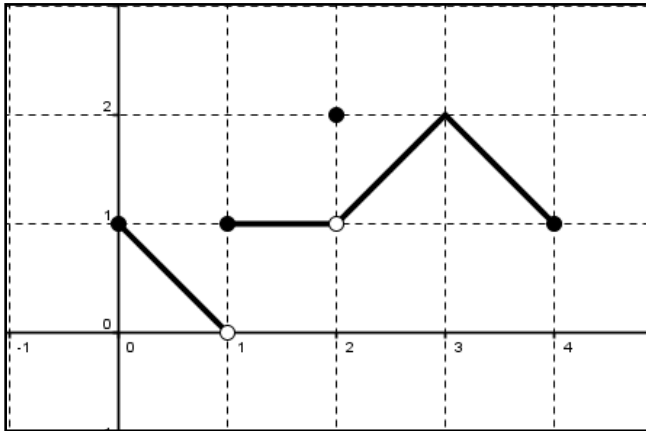
تمرين 1:



(1) أوجد النقاط التي عندها منحنى الدالة f في الشكل الموضح متصل والنقاط الأخرى التي عندها منحنى الدالة f غير متصل

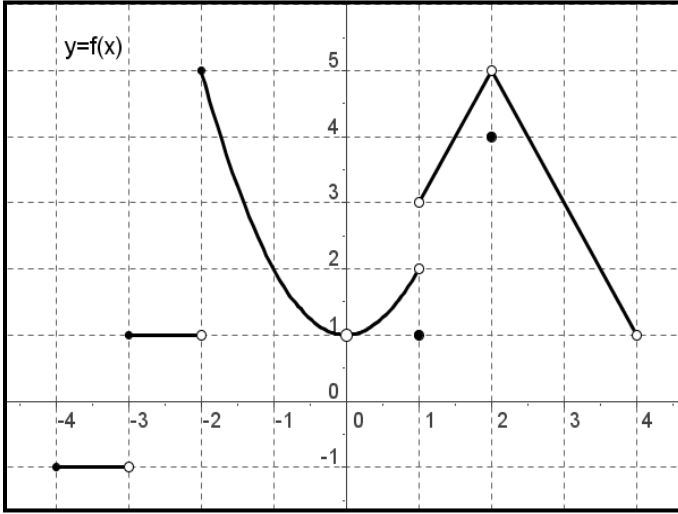
(2) حدد أي النقاط عدم اتصال يمكن التخلص منه ثم اكتب قاعدة الدالة الجديدة

تمرين 1:



(1) أوجد النقاط التي عندها منحنى الدالة f في الشكل الموضح متصل والنقاط الأخرى التي عندها منحنى الدالة f غير متصل

(2) حدد أي النقاط عدم اتصال يمكن التخلص منه ثم اكتب قاعدة الدالة الجديدة



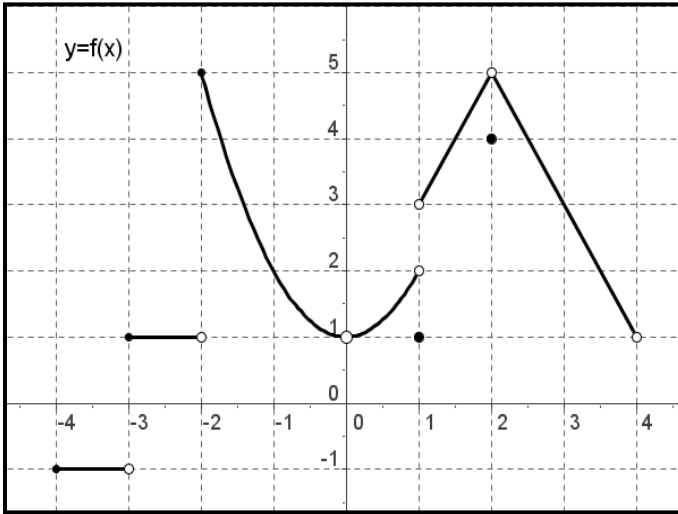
تمرين 2 : حدد

$$= \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) \quad (1)$$

$$f(4) \quad (2)$$

(3) هل $f(x)$ متصلة عند $x=4$

(4) حدد أي نقاط عدم اتصال يمكن التخلص منها .
إذا كان كذلك اكتب قاعدة الدالة الجديدة .



تمرين 2 : حدد

$$= \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) \quad (1)$$

$$f(4) \quad (2)$$

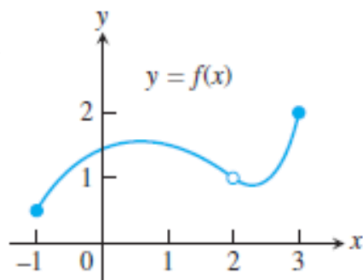
(3) هل $f(x)$ متصلة عند $x=4$

(4) حدد أي نقاط عدم اتصال يمكن التخلص منها .
إذا كان كذلك اكتب قاعدة الدالة الجديدة .

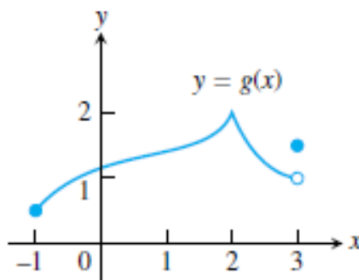
Continuity from Graphs

In Exercises 1–4, say whether the function graphed is continuous on $[-1, 3]$. If not, where does it fail to be continuous and why?

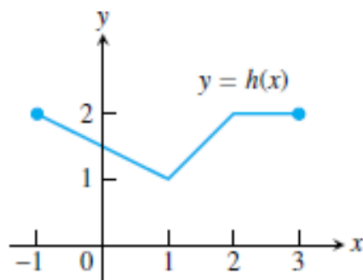
1.



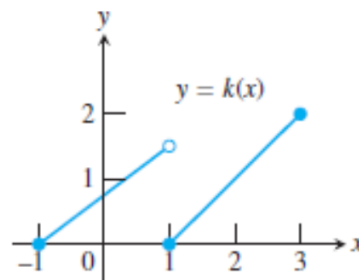
2.



3.



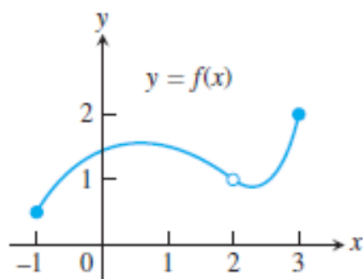
4.



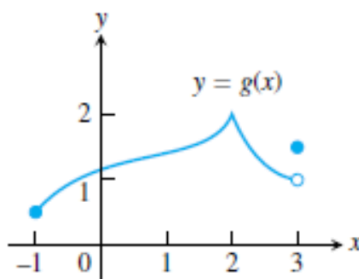
Continuity from Graphs

In Exercises 1–4, say whether the function graphed is continuous on $[-1, 3]$. If not, where does it fail to be continuous and why?

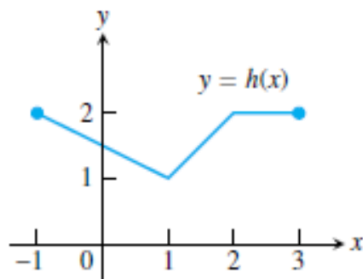
1.



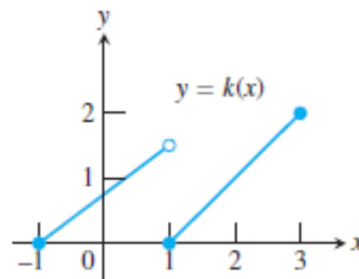
2.



3.



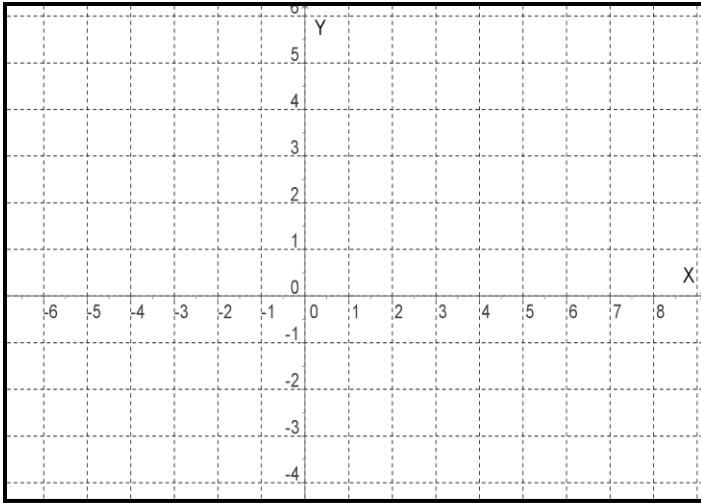
4.



الرياضيات – تفكير سليم – دقة وتعاون – صبر ونظام – تذوق الجمال العلمي .

Mathematics- Proper Thinking- Accuracy and Cooperation- Patience and Discipline- Science Beauty sensation

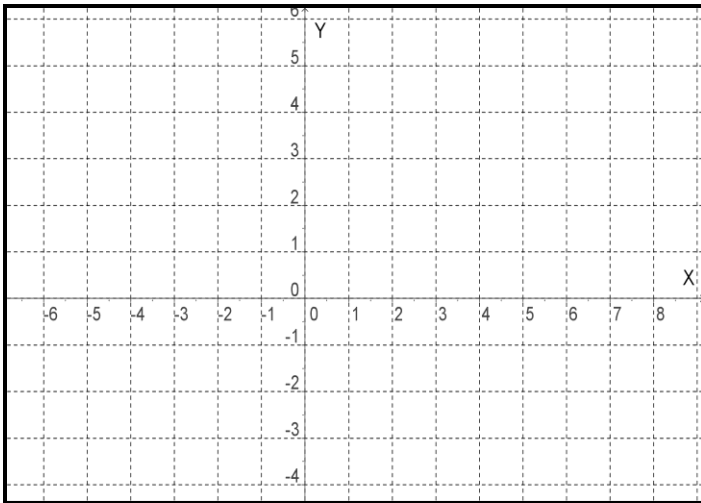
Flay:ya



$$f(x) = \begin{cases} 3x - 4 & , x < 2 \\ 2 & 2 \leq x < 4 \\ \frac{x}{2} & x \geq 4 \end{cases} \quad \text{تدريبات 1 : لتكن}$$

(1) ارسم بيان الدالة f

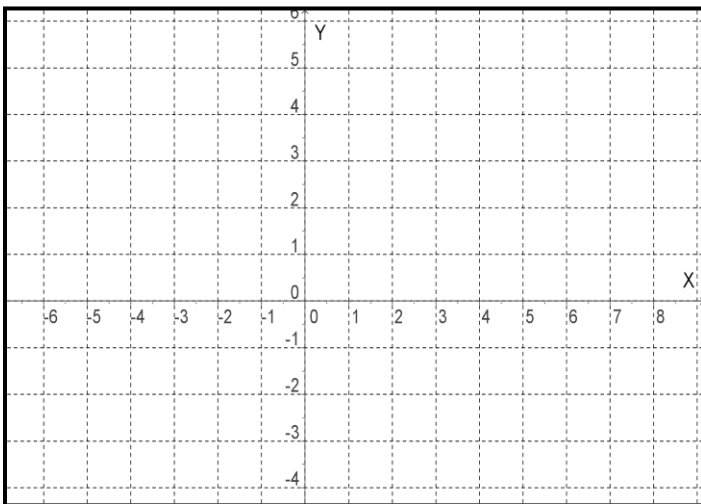
(2) هل الدالة f متصلة فسر بيانيا وحسابيا



$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & , x < 2 \\ 2 & 2 \leq x < 4 \\ \frac{x}{2} & x \geq 4 \end{cases} \quad \text{تدريب 2 : لتكن}$$

(1) ارسم بيان الدالة f

(2) هل الدالة f متصلة فسر بيانيا وحسابيا



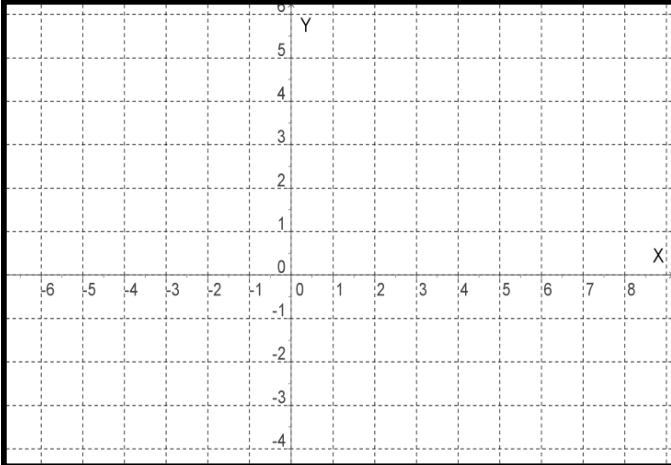
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & , x \leq 1 \\ 2 - 3x & 1 < x \leq 3 \\ 2 & x > 3 \end{cases} \quad \text{تدريب 3 : لتكن}$$

(3) ارسم بيان الدالة f

(4) هل الدالة f متصلة فسر بيانيا وحسابيا

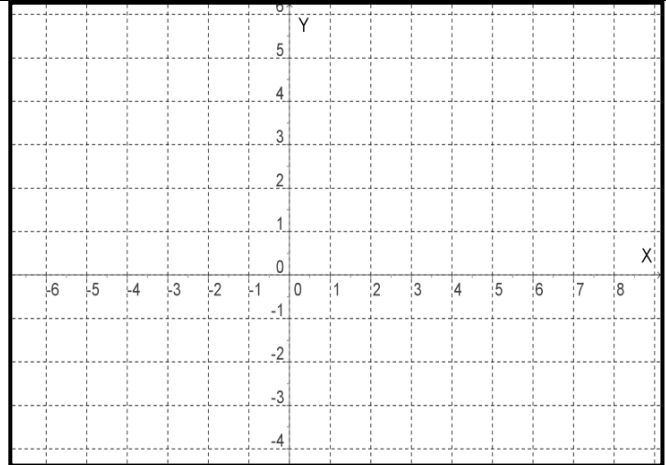
تدريبات : ارسم شكلا ممكنا يمثل الدالة f وتكون لها الخواص التالية :

(2) $f(1)$ موجودة ولكن $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ غير موجودة

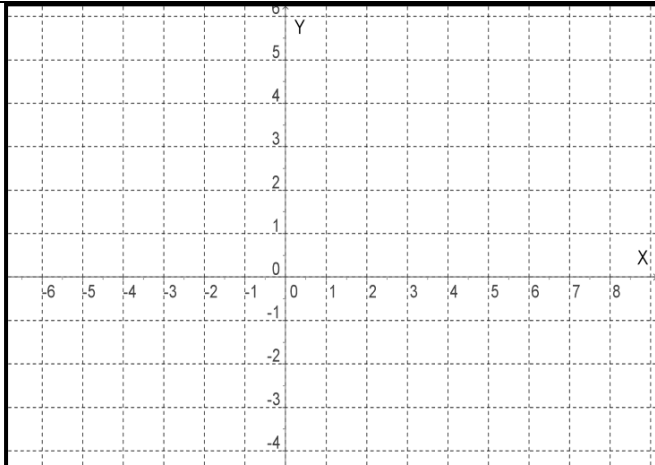


(1) $f(2)$ موجودة ، $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$ ، ولكن

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ غير موجودة .

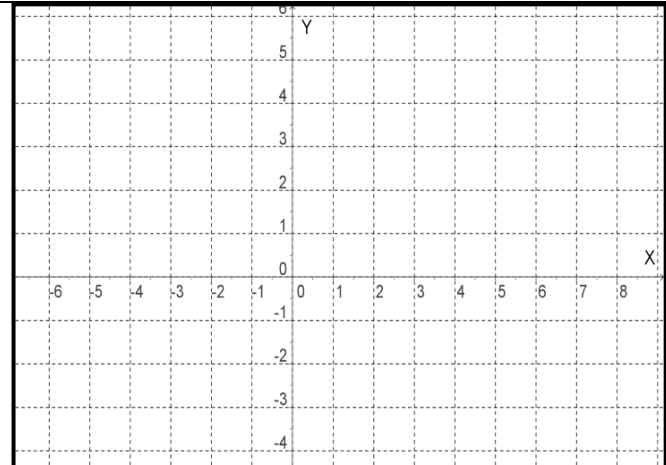


(4) $f(x)$ متصلة لجميع قيم x ما عدا $x=1$ حيث f لها انفصال لا يمكن التخلص منه .



(3) $f(-1)$ موجودة و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ موجودة ولكن f ليست

متصلة عند $x=-1$



الرياضيات – تفكير سليم – دقة وتعاون – صبر ونظام – تدوق الجمال العلمي .

Mathematics- Proper Thinking- Accuracy and Cooperation- Patience and Discipline- Science Beauty sensation

Flayya

الاتصال جبريا :

أولا : لا بد من تحديد الدوال المتصلة عن كل نقطة في مجالها :

- 1) كثيرات الحدود :
- 2) الدوال الجذرية (دليلها فردي) :
- 3) الدوال الجذرية (دليلها زوجي) :
- 4) دالة المطلق :
- 5) الدالة الأسية :
- 6) الدوال اللوغاريتمية :
- 7) الدوال المثلثية :
- 8) الدوال الكسرية :
- 9) دالة الصحيح :

الاتصال جبريا :

أولا : لا بد من تحديد الدوال المتصلة عن كل نقطة في مجالها :

- 1) كثيرات الحدود :
- 2) الدوال الجذرية (دليلها فردي) :
- 3) الدوال الجذرية (دليلها زوجي) :
- 4) دالة المطلق :
- 5) الدالة الأسية :
- 6) الدوال اللوغاريتمية :
- 7) الدوال المثلثية :
- 8) الدوال الكسرية :
- 9) دالة الصحيح :

أكمل الجدول :

مسلسل	الدالة	نقطة الاتصال	(✓) أم (×)
.1	$f(x) = \frac{7x-5}{x+2}$	متصلة عند $x = 0$	
.2	$G(x) = [x]$	متصلة عند $x = 3$	
.3	$k(x) = \sqrt{x}$	متصلة عند $x = 0$	
.4	$q(x) = [x]$	متصلة عند $x = \frac{5}{2}$	
.5	$f(x) = \sqrt{x-2}$	متصلة عند $x = 2$	
.6	$K(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$	متصلة عند $x = 0$	
.7	$g(x) = \frac{3x-4}{\sqrt{x-1}}$	متصلة عند $x = 3$	

الرياضيات – تفكير سليم – دقة وتعاون – صبر ونظام – تذوق الجمال العلمي .

Mathematics- Proper Thinking- Accuracy and Cooperation- Patience and Discipline- Science Beauty sensation

Flay:ya

الدوال الغير متصلة عند نقطة يمكن جعلها متصلة عند النقطة المذكورة ماعدا الدوال التي تكون فيها النهاية غير موجودة .

التخلص من الانفصال (إعادة تعريف الدالة)

تمرين : أوجد نقاط الانفصال للدالة - حدد نوع الانفصال

$$1) y = \frac{x-1}{x^2-4x+3}$$

تمرين 2: أعد تعريف الدالة بحيث تكون متصلة عند النقط المشر إليها :

$$1) f(x) = \frac{x^2-9}{x+3}, x = -3$$

$$2) g(x) = \frac{\sin 4x}{x}, x = 0$$

التخلص من الانفصال (إعادة تعريف الدالة)

(1) أعد تعريف الدالة $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$ بحيث تكون متصلة عند $x = 2$.

(2) أعد تعريف الدالة $f(x) = \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 7x + 10}$ بحيث تكون متصلة عند $x = 5$.

(3) أعد تعريف الدالة $g(x) = \frac{1 - x^3}{x - 1}$ بحيث تكون متصلة عند $x = 1$.

(4) أعد تعريف الدالة $g(x) = \frac{\sin 3x}{x}$ بحيث تكون متصلة عند $x = 0$.

(5) أعد تعريف الدالة $f(x) = \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$ بحيث تكون متصلة عند $x = 9$.

التخلص من الانفصال (إعادة تعريف الدالة)

(1) أعد تعريف الدالة $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$ بحيث تكون متصلة عند $x = 2$.

(2) أعد تعريف الدالة $f(x) = \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 7x + 10}$ بحيث تكون متصلة عند $x = 5$.

(3) أعد تعريف الدالة $g(x) = \frac{1 - x^3}{x - 1}$ بحيث تكون متصلة عند $x = 1$.

(4) أعد تعريف الدالة $g(x) = \frac{\sin 3x}{x}$ بحيث تكون متصلة عند $x = 0$.

(5) أعد تعريف الدالة $f(x) = \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$ بحيث تكون متصلة عند $x = 9$.

التخلص من الانفصال (إعادة تعريف الدالة)

(1) أعد تعريف الدالة $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$ بحيث تكون متصلة عند $x = 2$.

(2) أعد تعريف الدالة $f(x) = \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 7x + 10}$ بحيث تكون متصلة عند $x = 5$.

(3) أعد تعريف الدالة $g(x) = \frac{1 - x^3}{x - 1}$ بحيث تكون متصلة عند $x = 1$.

(4) أعد تعريف الدالة $g(x) = \frac{\sin 3x}{x}$ بحيث تكون متصلة عند $x = 0$.

(5) أعد تعريف الدالة $f(x) = \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$ بحيث تكون متصلة عند $x = 9$.

الرياضيات - تفكير سليم - دقة وتعاون - صبر ونظام - تذوق الجمال العلمي .

Mathematics- Proper Thinking- Accuracy and Cooperation- Patience and Discipline- Science Beauty sensation

Flayyha

Continuity الاتصال **Worksheet** 12AC (6)

The piecewise defined continuous

اتصال الدوال المتفرعة

تدريبات :

✓ أوجدني نقطة عدم اتصال (انفصال)

✓ أي نقطة يمكن التخلص من الانفصال عندها؟ وأي منها لا يمكن؟ مع ذكر السبب التي اعتمدت عليها في

إجاباتك

✓ فسر إجاباتك بيانياً . لكل من الدوال التالية .

$$1) f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & , x < 1 \\ x + 1 & , x \geq 1 \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & , x < 1 \\ 2 & , x = 1 \\ 2x - 1 & , x > 1 \end{cases}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3 & , x \geq 2 \\ x^2 - 1 & , x < 2 \end{cases}$$

Continuity الاتصال **Worksheet** 12AC

The piecewise defined continuous

اتصال الدوال المتفرعة

تدريبات :

✓ أوجدني نقطة عدم اتصال (انفصال)

✓ أي نقطة يمكن التخلص من الانفصال عندها؟ وأي منها لا يمكن؟ مع ذكر السبب التي اعتمدت عليها في

إجاباتك

✓ فسر إجاباتك بيانياً . لكل من الدوال التالية .

$$1) f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & , x < 1 \\ x + 1 & , x \geq 1 \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & , x < 1 \\ 2 & , x = 1 \\ 2x - 1 & , x > 1 \end{cases}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3 & , x \geq 2 \\ x^2 - 1 & , x < 2 \end{cases}$$

الرياضيات – تفكير سليم – دقة وتعاون – صبر ونظام – تدقيق الجمال العلمي .

Mathematics- Proper Thinking- Accuracy and Cooperation- Patience and Discipline- Science Beauty sensation

Flayyha

Continuity الاتصال Worksheet 12AC

The piecewise defined continuous الاتصال الدوال المتفرعة

تدريبات :

✓ أوجدني نقطة عدم اتصال (انفصال)

✓ أي نقطة يمكن التخلص من الانفصال عندها؟ وأي منها لا يمكن؟ مع ذكر السبب التي اعتمدت عليها في

إجاباتك

$$1) \begin{cases} \frac{x^2-7x+6}{x-6} & , x \neq 6 \\ 2 & , x = 6 \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & , x \neq 2 \\ 1 & , x = 2 \end{cases}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3 & , x \neq 1 \\ -1 & , x = 1 \end{cases}$$

Continuity الاتصال Worksheet 12AC

The piecewise defined continuous الاتصال الدوال المتفرعة

تدريبات :

✓ أوجدني نقطة عدم اتصال (انفصال)

✓ أي نقطة يمكن التخلص من الانفصال عندها؟ وأي منها لا يمكن؟ مع ذكر السبب التي اعتمدت عليها في

إجاباتك

$$1) \begin{cases} \frac{x^2-7x+6}{x-6} & , x \neq 6 \\ 2 & , x = 6 \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & , x \neq 2 \\ 1 & , x = 2 \end{cases}$$

الرياضيات – تفكير سليم – دقة وتعاون – صبر ونظام – تذوق الجمال العلمي .

Mathematics- Proper Thinking- Accuracy and Cooperation- Patience and Discipline- Science Beauty sensation

Flayyga

$$3) f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3 & , x \neq 1 \\ -1 & , x = 1 \end{cases}$$

Continuity الاتصال Worksheet 12AC

The piecewise defined continuous الاتصال الدوال المتفرعة

تدريبات :

✓ أوجدني نقطة عدم اتصال (انفصال)

✓ أي نقطة يمكن التخلص من الانفصال عندها؟ وأي منها لا يمكن؟ مع ذكر السبب التي اعتمدت عليها في

إجاباتك

$$1) f(x) = \begin{cases} \frac{|x-3|}{x-3} & , x \neq 3 \\ 1 & , x = 3 \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} x|x| + x & , x \leq -2 \\ \frac{x}{|x|} + 2 & , x > 2 \end{cases}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} x|x| & , -2 < x < 0 \\ [x] & , 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

Continuity الاتصال Worksheet 12AC

The piecewise defined continuous الاتصال الدوال المتفرعة

تدريبات :

✓ أوجدني نقطة عدم اتصال (انفصال)

✓ أي نقطة يمكن التخلص من الانفصال عندها؟ وأي منها لا يمكن؟ مع ذكر السبب التي اعتمدت عليها في

إجاباتك

$$1) f(x) = \begin{cases} \frac{|x-3|}{x-3} & , x \neq 3 \\ 1 & , x = 3 \end{cases}$$

الرياضيات – تفكير سليم – دقة وتعاون – صبر ونظام – تذوق الجمال العلمي .

Mathematics- Proper Thinking- Accuracy and Cooperation- Patience and Discipline- Science Beauty sensation

Flayy

$$2) f(x) = \begin{cases} x|x| + x & , x \leq -2 \\ \frac{x}{|x|} + 2 & , x > 2 \end{cases}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} x|x| & , -2 < x < 0 \\ [x] & , 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

خواص الدوال المتصلة : (نظرية 6) العمليات الجبرية (خواص الدوال المتصلة) Algebraic

Combination

إذا كانت f ، g دوال متصلة عند $x = c$ فإن التوفيقات التالية هي دوال متصلة عند $x = c$

(1) الجمع :

(2) الطرح :

(3) الضرب :

(4) الضرب في ثابت :

(5) القسمة :

تمرين 1 : إذا كانت $f(x) = \sqrt{2x-5}$ ، $g(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$ وكانت $q(x) = f(x) + g(x)$ فبين أن الدالة $q(x)$ متصلة

عند $x=3$.

تمرين 2 : لتكن $f(x) = \sqrt{-x} + 2x^2 - 1$ بين أن الدالة f متصلة عند $x = -\frac{1}{2}$

خواص الدوال المتصلة : (نظرية 6) العمليات الجبرية (خواص الدوال المتصلة) Algebraic

Combination

إذا كانت f ، g دوال متصلة عند $x = c$ فإن التوفيقات التالية هي دوال متصلة عند $x = c$

(1) الجمع :

(2) الطرح :

(3) الضرب :

(4) الضرب في ثابت :

الرياضيات – تفكير سليم – دقة وتعاون – صبر ونظام – تذوق الجمال العلمي .

(5) القسمة :

تمرين 1 : إذا كانت $f(x) = \sqrt{2x-5}$ ، $g(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$ وكانت $q(x) = f(x) + g(x)$ فبين أن الدالة $q(x)$ متصلة عند $x=3$.

تمرين 2 : لتكن $f(x) = \sqrt{-x} + 2x^2 - 1$ بين أن الدالة f متصلة عند $x = -\frac{1}{2}$

Continuity الاتصال Worksheet

12AC

Constant

الثوابت

تدريبات :

(1) أوجد قيمة a التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & , x < 1 \\ x^2 + a & , x \geq 1 \end{cases}$ متصلة .

(2) أوجد قيمة a التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & , x < 3 \\ 2ax & , x \geq 3 \end{cases}$ متصلة .

(3) أوجد قيمة a ، b التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} x^2 - a & , x > 3 \\ 6 & , x = 3 \\ bx + 3 & , x < 3 \end{cases}$ متصلة .

(4) أوجد قيمة a ، b التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2b & , x > 1 \\ 6 & , x = 3 \\ 2ax & , x < 3 \end{cases}$ متصلة .

Continuity الاتصال Worksheet

12AC

Constant

الثوابت

تدريبات :

(1) أوجد قيمة a التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & , x < 1 \\ x^2 + a & , x \geq 1 \end{cases}$ متصلة .

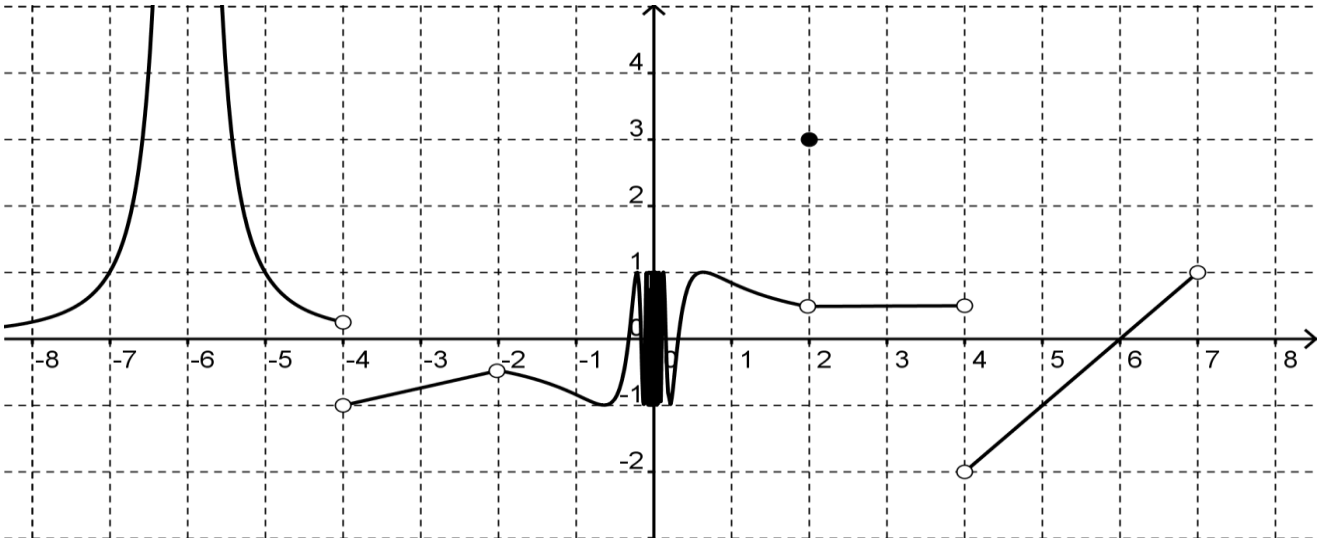
(2) أوجد قيمة a التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & , x < 3 \\ 2ax & , x \geq 3 \end{cases}$ متصلة .

الرياضيات – تفكير سليم – دقة وتعاون – صبر ونظام – تذوق الجمال العلمي .

$$(3) \text{ أوجد قيمة } a, b \text{ التي تجعل الدالة } f(x) = \begin{cases} x^2 - a & , x > 3 \\ 6 & , x = 3 \\ bx + 3 & , x < 3 \end{cases} \text{ متصلة .}$$

$$(4) \text{ أوجد قيمة } a, b \text{ التي تجعل الدالة } f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2b & , x > 1 \\ 6 & , x = 1 \\ 2ax & , x < 1 \end{cases} \text{ متصلة .}$$

تمرين 1: اعتماداً على الشكل المقابل والممثل لبيان الدالة $y = f(x)$



نقاط الانفصال	نوع الانفصال	سبب الانفصال (التعليق) وكيف تتخلص منه إن أمكن .
$x = -6$		
$x = -4$		
$x = -2$		
$x = 0$		

الرياضيات – تفكير سليم – دقة وتعاون – صبر ونظام – تذوق الجمال العلمي .

Mathematics- Proper Thinking- Accuracy and Cooperation- Patience and Discipline- Science Beauty sensation

Flayyha

		$x = 2$
		$x = 7$

تمرين 2 : إذا كانت الدالة $h(x) = \frac{\sin x - 2x}{\sin x}$

(أ) وضح أن الدالة $h(x)$ غير متصلة عند $x = 0$.

(ب) اعد تعريف الدالة $h(x)$ لتكون متصلة عند $x = 0$.

تمرين 3 : ما قيم a التي تجعل $f(x) = \frac{x-3}{x^2+ax+9}$ متصلة على جميع الأعداد الحقيقية .

تمرين 2 : إذا كانت الدالة $h(x) = \frac{\sin x - 2x}{\sin x}$

(أ) وضح أن الدالة $h(x)$ غير متصلة عند $x = 0$.

(ب) اعد تعريف الدالة $h(x)$ لتكون متصلة عند $x = 0$.

تمرين 3 : ما قيم a التي تجعل $f(x) = \frac{x-3}{x^2+ax+9}$ متصلة على جميع الأعداد الحقيقية .

تمرين 2 : إذا كانت الدالة $h(x) = \frac{\sin x - 2x}{\sin x}$

(أ) وضح أن الدالة $h(x)$ غير متصلة عند $x = 0$.

(ب) اعد تعريف الدالة $h(x)$ لتكون متصلة عند $x = 0$.

تمرين 3 : ما قيم a التي تجعل $f(x) = \frac{x-3}{x^2+ax+9}$ متصلة على جميع الأعداد الحقيقية .

تمرين 2 : إذا كانت الدالة $h(x) = \frac{\sin x - 2x}{\sin x}$

(أ) وضح أن الدالة $h(x)$ غير متصلة عند $x = 0$.

(ب) اعد تعريف الدالة $h(x)$ لتكون متصلة عند $x = 0$.

تمرين 3 : ما قيم a التي تجعل $f(x) = \frac{x-3}{x^2+ax+9}$ متصلة على جميع الأعداد الحقيقية .