مجلس أبو ظبي للتعليم
مدرسة عائشة بنت أبي بكر الثانوية

مجلس أبوظبي للتعليم
Abu Dhabi Education Council
Education First التعليم أولاً

Mathematics : Grade 12

الصف الثاني عشر

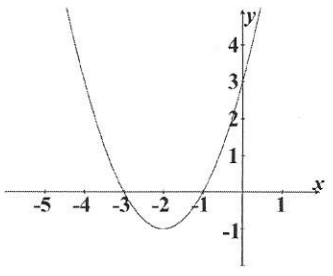
اختر رمز الاجابة الصحيحة

1. ما هي درجة كثير الحدود التالي $P(x) = 5x^4 + 2x^3 - 7x + 8$

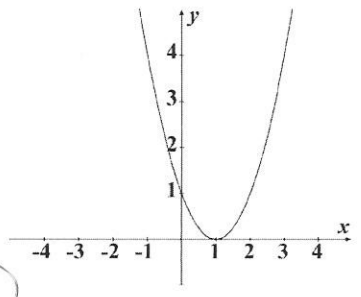
A. 8
B. 5
C. 4
D. 3

2. أي الرسومات تمثل الدالة التالية ؟
$f(x) = -2x^2 + 8x - 6$

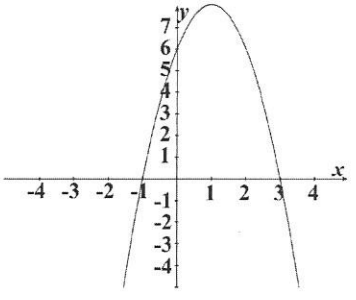
A.



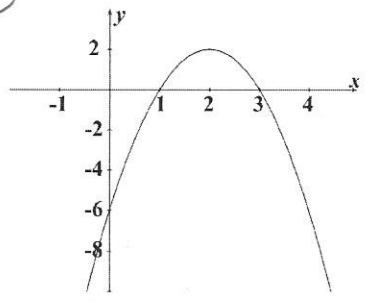
B.



C.



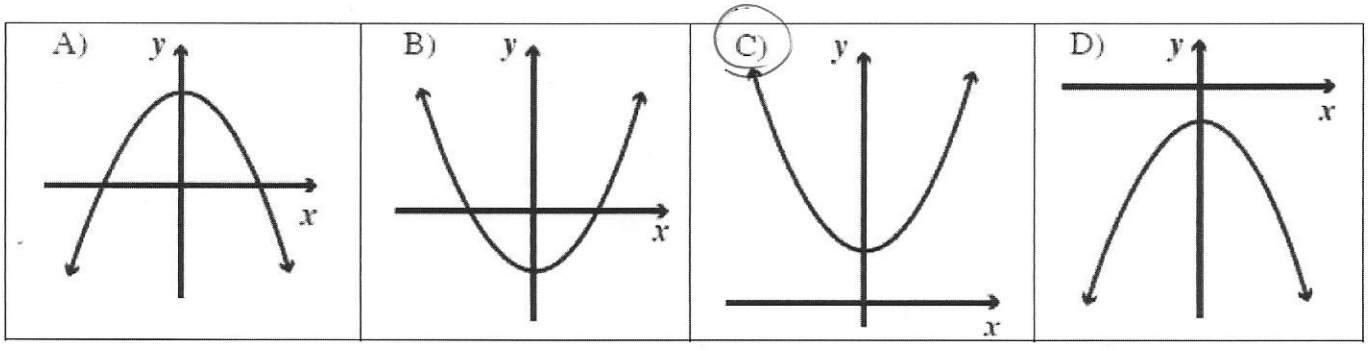
D.



3. يمكن العبير عن المتباينة $-5 \leq x < 7$ بالفترة؟

A. (-5 , 7) B. [-5 , 7) C. [-5 , 7] D. (-5 , 7]

4. أي الرسومات التالية هو رسم الدالة $y = x^2 + 1$؟



5. بسط ؟
$(3-2a^2)+(4a^3+5a^2-9)$

A. $7a^7-6$
B. $4a^3+7a^2-12$
C. $4a^3+3a^2-6$
D. $6+7a$

6. المقطع الصادي للدالة $y=2\ln(1-x)-3$ ؟

A. 3 B. -3 C. 6 D. -6

7. ما هي قيمة x أذا كان $\log_4 16 = x$ ؟

A. -2
B. 2
C. 4
D. 5

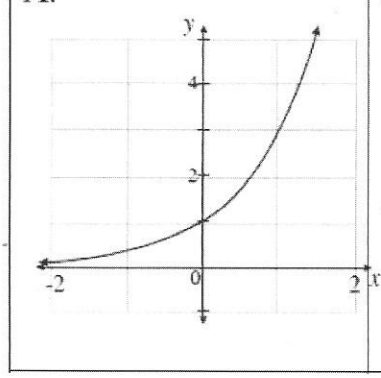
8. ما قيمة $P(-2)$ اذاكانت $P(x)=x^4-3x+5$ ؟

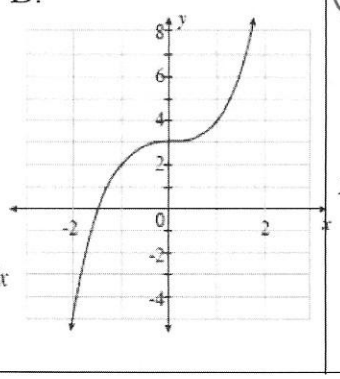
A. 27
B. 15
C. 3
D. -5

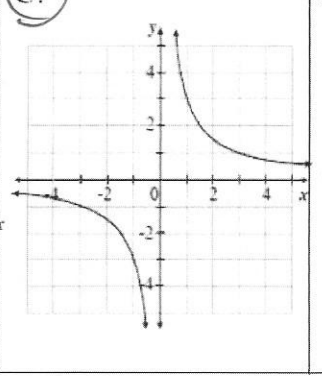
9. أي التالية يعتبر مكافئ لهذه العبارة $\log_5 \frac{a}{b}$ ؟

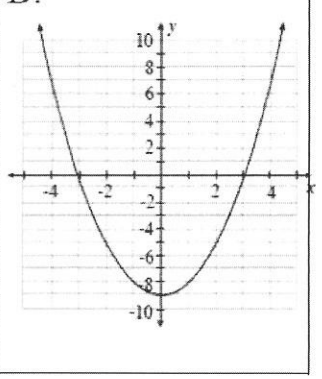
A. $\log_5 a+\log_5 b$
B. $\log_5 a-\log_5 b$
C. $\log_5 a \div \log_5 b$
D. $b\log_5 a$

10. أي الأشكال التالية هي التمثيل البياني للدالة $f(x)=ax^{-n}$ حيث n عدد فردي، a عدد موجب؟

A.


B.


C.


D.


.11 ما هو متوسط معدل التغير للدالة التالية، على المجال [1, 2] ؟

$f(x) = x^3$

A. $\frac{2-1}{6-1}$

B. $\frac{8-1}{2-1}$

C. $\frac{2-1}{8-1}$

D. $\frac{6-1}{2-1}$

.12 ما قيمة x في المعادلة التالية؟ $\log_2 x = 5$

A. 5

B. 10

C. 25

D. 32

.13 بسّط: $(2x^2 + x)(x + 4)$

A. $3x^3 + 9x^2 + 4x$

B. $2x^2 + 2x + 4$

C. $2x^3 + 9x^2 + 4x$

D. $2x^3 + 4x$

.14 المقطع الصادي لمنحنى الدالة الأسية $y = 5^{x+1}$ هو؟

A. $y = -1$ B. $y = 0$ C. $y = 1$ D. $y = 5$

.15

إذا كانت $f(x) = e^x - 1$ ، $g(x) = \ln(x+1)$ فإن $(f \circ g)(x)$ تساوي؟

A. 0 B. 1 C. x D. e

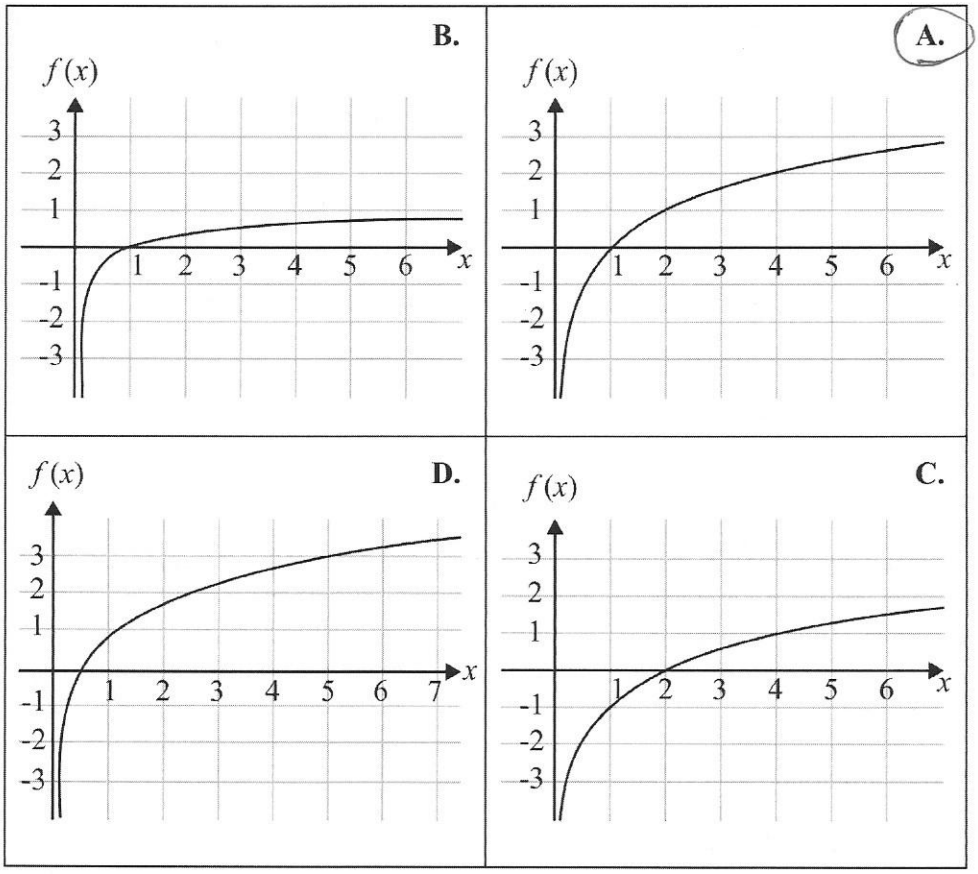
.16

مجال الدالة $h(x) = \frac{\sqrt{x^2+9}}{x^4+1}$ هو؟

A. [-3 , 3] B. [-3 , 3] \ {±1} C. R \ {±1} D. R

17. أي رسم يمثل الدالة التالية؟

$$f(x) = \log_2 x$$



18. ما هي الدالة المعكوسة للدالة التالية؟

$$f(x) = \frac{3-2x}{5}$$

$y = \frac{3-2x}{5}$

$x = \frac{3-2y}{5}$

$5x = 3-2y$

$2y = 3-5x$

$y = \frac{3-5x}{2}$

A. $f^{-1}(x) = \frac{2-5x}{3}$

B. $f^{-1}(x) = \frac{3-5x}{2}$

C. $f^{-1}(x) = \frac{5-3x}{2}$

D. $f^{-1}(x) = \frac{2-3x}{5}$

19. **في المعادلة $y = a(x \pm h)^2 + k$. كيف تؤثر قيمة a على شكل الرسم؟**

A. تجعل الرسم أوسع أو أضيق
B. تحرك الرسم للأعلى أو للأسفل
C. تحرك الرسم يميناً أو يساراً
D. ليس لها أي تأثير على شكل الرسم

20. باستخدام طريقة للتعويض الجبري، المعادلة اللوغاريتمية

$$10^{2x} + 2(10^x) - 15 = 0$$

يمكن اختصارها للمعادلة التربيعية

$$t^2 + 2t - 15 = 0$$

أي طريقة تعويض استخدمت لهذا الاختصار؟

A. $t = 10^{2x}$
B. $t = 2(10^{2x})$
C. $t = 10^x$
D. $t = 2(10^x)$

$x_1 \quad x_2$
$[-4, 8]$
$[2, 4]$

$\frac{4-2}{8-(-4)} = \frac{1}{6}$

21. متوسط التغير في الدالة $f(x) = \sqrt{x+8}$ في الفترة [8 , 4-] يساوي؟

A. $\frac{1}{6}$ B. $-\frac{1}{6}$ C. 6 D. -6

22. قيمة المقدار $\log_{\frac{1}{16}}\left(\frac{1}{1024}\right)$ هي؟

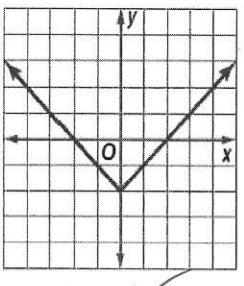
A. 5 B. - 5 C. $\frac{5}{2}$ D. $-\frac{5}{2}$

23. حدد ما إذا كانت العلاقة تمثل دالة

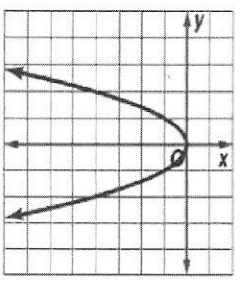
(4

x	y
0.1	1.1
0.3	1.3
0.4	1.5
0.3	1.1
0.6	2.1

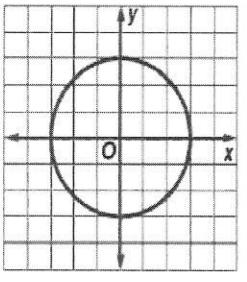
(3



(2



(1



5) $\{(1,3),(2,4),(3,5),(2,-1)\}$

6) $2x + y = 7$

7) $y^2 = 5x - 6$

8) $2x = \sqrt{y-5}$

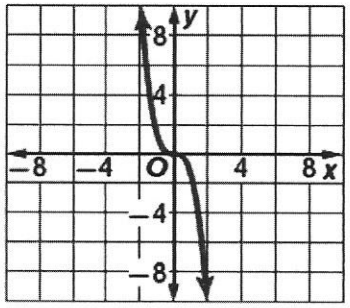
24. أي من العلاقات الأتية لا تمثل دالة

A-

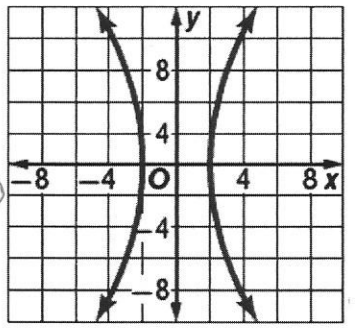
x	−1	1	3	5	7
y	−1	3	7	11	15

B- $3x + 7y = 21$

C-



D-



25. يبلغ ارتفاع جسم ما سقط من مسافة 80 قدما أعلى مستوى الأرض بعد t ثانية $f(t) = -16t^2 + 80$

فيكون متوسط سرعة الجسم خلال الثانيتين الأوليتين بعد السقوط

[0,2]
[80,16]

$\frac{16-80}{2-0} = -32$

-A -32 -B 16

-C -24 -D -64

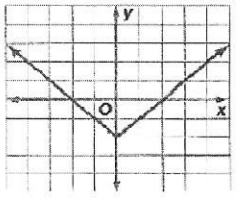
26. مجال الدالة $g(x) = \frac{x^2}{x+5}$ هو

-A $(-\infty, \infty)/\{-5\}$ -B $(-\infty, \infty)/\{5\}$ -C $(-5, \infty)$ -D $(-\infty, \infty)$

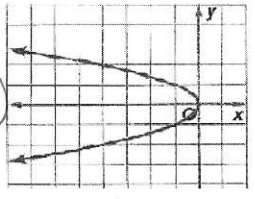
27. أحد العلاقات التالية لا يمثل دالة

c) y = 5 x − 2 d) y = log x

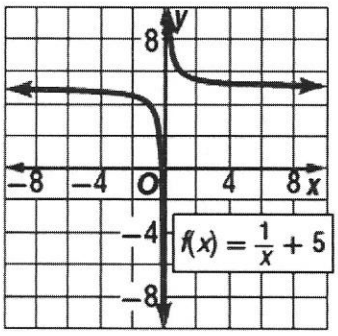
c)



b)



28. السلوك الطرفي للدالة المبينة بالتمثيل البياني



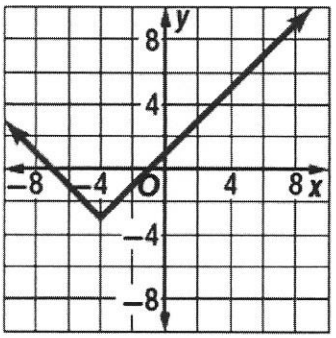
A- $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty \ , \lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$

B- $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty \ , \lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$

C- $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty \ , \lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$

D- $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 5 \ , \lim_{x\to\infty} f(x) = 5$

29. أي دالة موضحة في الرسم البياني



A- $f(x) = |x - 4| - 3$

B- $f(x) = |x - 4| + 3$

C- $f(x) = |x + 4| - 3$

D- $f(x) = |x + 4| + 3$

30. لرسم بيان الدالة $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$ توجد فجوة قابلة للإزالة عند x =....

a) 4 b) -2 c) 2 d) -4

31. لرسم بيان الدالة $f(x) = \frac{x-3}{x^2-9}$ المستقيمات المقاربة الرأسية هي .....

a) x = -3 b) x =3 c) x = 3 , x =-3 d) x = 9

32. عدد الأصفار الحقيقية الممكنة ونقاط التحول على الأكثر للدالة التالية . $f(x) = 3x^5 + 2x^4 - x^3$

A- 5 أصفار و 5 نقاط تحول

B- 5 أصفار و 4 نقاط تحول

C- 6 أصفار و 3 نقاط تحول

D- 4 أصفار و 5 نقاط تحول

33. أي من الدوال الأتية تكون دالة زوجية

$f(-x)=(-x)^3-2(x)$ ∝

$=(-x)^2-2(-x)$ ∝

$(-x)-2$ ✓

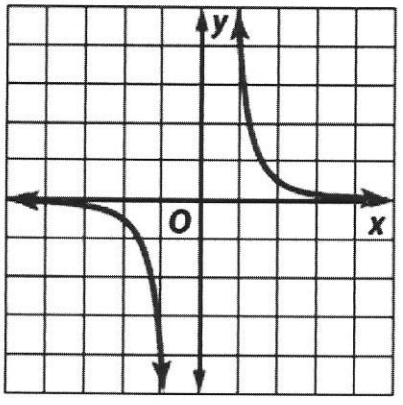
A- $f(x)=x^3-2x$

B- $f(x)=x^2-2x$

C- $f(x)=x^4-2$ (C)

D- $f(x)=4\sqrt{x}$ ×

34. الدالة التي تطابق الرسم البياني المقابل هي .



A- $f(x)=\frac{1}{2}\sqrt[4]{3x^5}$

B- $f(x)=\frac{2}{3}x^6$

C- $f(x)=4x^{-3}$ (C)

D- $f(x)=5\sqrt[5]{2x+1}$

35. المقدار الذي يكافئ $ln(75)$ هو

$3\times5=15$ × A- $ln3+ln5$

$3^2\times5=45$ × B- $2ln3+ln5$

$3\times2^5=96$ × C- $ln3+5ln2$

$3\times5^2=75$ ✓ D- $ln3+2ln5$ (D)

36. خط التقارب الرأسي والأفقي للدالة f(x) حيث $f(x)=\frac{4x+3}{x-1}$ هو .

-A $x=1 \quad , \quad y=4$

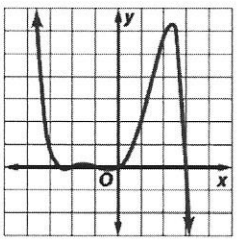
-B $x=4 \quad , \quad y=1$

-C $x=1 \quad , \quad y=1$

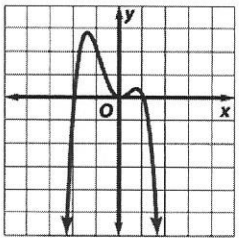
-D $x=-1 \quad , \quad y=4$

37. أي من الرسوم البيانية الآتية تبين دالة ليست كثيرة حدود

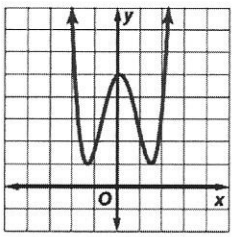
-A



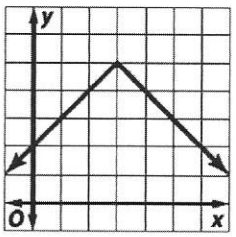
-B



-C



-D



38. دالة كثيرة حدود من أقل درجة ولها الأصفار التالية $(-2, -8, 4)$

-A $y=(x-4)(x+8)^2(x+2)$

-B $y=(x-4)(x+8)(x+2)$

-C $y=(x+4)(x-8)^2(x-2)$

-D $y=(x+4)(x-8)(x-2)$

39. حل المعادلة $\sqrt{x+3}=\sqrt{7}$

-A $x=7$

-B $x=46$

-C $x=4$

-D $x=10$

40. باقي قسمة $f(x)=x^3+2x^2-21x+18$ على $(x-2)$ هو

-A -8

-B 0

-C 7

-D 18

41. من العوامل الخطية التالية يكون عامل للدالة $f(x) = x^4 - 2x^3 - 9x^2 + x + 6$

A- $(x-1)$ B- $(x-2)$

C- $(x+2)$ D- $(x-3)$

42. إذا كانت $f(x)$ دالة كثيرة حدود ولها السلوك الطرفي $\lim_{n\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{n\to\infty} f(x) = \infty$

فإن الدالة $f(x)$ يكون الحد الرئيسي لها

A- ذات قوة فردية ، ومعامل سالب B- ذات قوة زوجية ، ومعامل سالب

C- ذات قوة زوجية ، ومعامل موجب D- ذات قوة فردية ، ومعامل موجب

43. إذا كانت $\frac{x^3-kx^2+2x-4}{x-2}$ فإن قيمة k بحيث يكون باقي القسمة التركيبية يساوي 20

A- $k = 3$ B- $k = -3$

C- $k = -4$ D- $k = 4$

44. أي من الدوال الاتية يوجد بها 3 نقاط تحول ؟

A- $f(x) = x^3 + 9x^2 + 20x$ B- $f(x) = x^4 - 4$

C- $f(x) = x^4 - 2x^2 + 4$ D- $f(x) = x^4 - 11x^3$

45. ما القيمة التي تساوي $2\log_5 12 - \log_5 8 - 2\log_5 3$

A- $\log_5 2$ B- $\log_5 0.5$

C- 1 D- $\log_5 3$

46 . يقل وزن قطعة صابون بمعدل 2.5% مع كل مرة استخدام . فإذا كان وزن قطعة الصابون يبلغ 95 جراماً عندما تكون جديدة ، فما وزنها مع التقريب لأقرب جرام بعد 15 استعمالا ؟

-A $65\ g$

-B $58\ g$

-C $93\ g$

-D $59\ g$

47 . . قيمة x للدالة $\log_2(9x+5) = 2 + \log_2(x^2-1)$

-A 1

-B -0.4

-C 3

-D 0

48 . إذا كان $2^4 = 3^x$ فإن القيمة التقريبية لـ x ؟

-A 2.52

-B 0.63

-C 2.84

-D 2.34

49 . اذا كان $(x-2)$ هو عامل من عوامل $F(x)$ فأي التالية صحيح؟

A. $F(2) = 0$

B. $F(-2) = 0$

C. $F(-2) = x$

D. $F(x) = 0$

51. إذا كان $2^4 = 3^x$ فإن القيمة التقريبية لـ x ؟

-A 2.52

-B 0.63

-C 2.84

-D 2.34

52. المعادلة التي تكافئ $\log_4 \frac{1}{16} = x$ هي

-A $\frac{1^4}{16} = 4^x$

-B $(\frac{1}{16})^4 = x^4$

-C $4^{\frac{1}{16}} = x$

-D $x^4 = \frac{1}{16}$

53. أي من المعادلات التالية يمثل نتائج تحريك الدالة الأم $y = x^3$ لأعلى 4 وحدات ولليمين 5 وحدات

-A $y + 4 = (x - 5)^3$

-B $y - 4 = (x - 5)^3$

-C $y + 4 = (x + 5)^3$

-D $y - 4 = (x + 5)^3$

54. أي مما يلي يوضح مجال $h(x) = \frac{\sqrt{2x-3}}{x-5}$

-A $x \geq \frac{3}{2}, x \neq 5$

-B $x \neq \frac{3}{2}$

-C $x \neq 5$

-D $x \geq \frac{3}{2}$

55. ي من الدوال التالية خطية

$f(x) = x^2$

$f(x) = 2x - 7$

$f(x) = \sqrt{x - 1}$

$f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

56. أي من الدوال التالية خطية

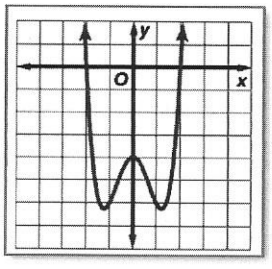
$f(x) = x^2$

$f(x) = \sqrt{x-1}$

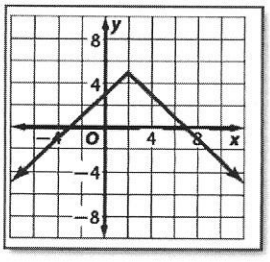
$f(x) = 2x - 7$

$f(x) = \sqrt{9-x^2}$

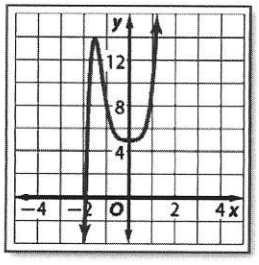
57. حدد الدوال كثيرة الحدود ومن منها ليست كثيرة حدود بكتابة الحرف داخل المربع:



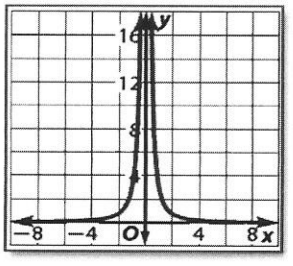
(D)



(C)



(B)



(A)

كثيرة حدود: B D

ليست كثيرة حدود: A C

58. أوجد مجال كل من

$f(x) = \dfrac{8x+12}{x^2+5x+4}$

$(x+1)(x+4)=0$

$x=-1 \quad x=-4$

المجال $R/\{-1,-4\}$

$f(x) = \sqrt{6-x}$

$6-x \geq 0$

$6 \geq x$

المجال: $(-\infty, 6]$

$f(x) = \dfrac{5x}{\sqrt{4x-1}}$

$4x-1 > 0$

$x > \dfrac{1}{4}$

المجال $\left(\dfrac{1}{4}, \infty\right)$

1- **ضريبة الدخل** ضريبة الدخل الفيدرالية لشخص أعزب في الولايات المتحدة الأمريكية في العام الحالي يُمكن تشكيلها باستخدام الدالة التالية. حيث ترمز x إلى الدخل وتمثل $T(x)$ إجمالي الضريبة.

$$T(x) = \begin{cases} 0.10x & \text{إذا كان } 0 \le x \le 7285 \\ 782.5 + 0.15x & \text{إذا كان } 7285 < x \le 31{,}850 \\ 4386.25 + 0.25x & \text{إذا كان } 31{,}850 < x \le 77{,}100 \end{cases}$$

a. أوجد $T(7000)$ ، $T(10{,}000)$ and $T(50{,}000)$.

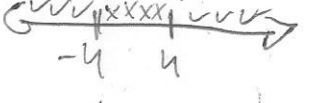
$= 700$ $= 2282.5$ $= 16886.5$

b. إذا بلغ دخل الشخص السنوي 7285$. فماذا تكون قيمة الضريبة؟

$$T(7285) = 0.10(7285)$$
$$= 728.5$$

2- حدد مجال الدالة $g(x) = \frac{3}{\sqrt{x^2-16}}$

$$x^2 - 16 > 0$$
$$x^2 > 16$$
$$x > \pm 4$$



المجال

$(-\infty, -4) \cup (4, \infty)$

3-حدد إذا كانت الدالة $f(x) = x^5 - 17x^3 + 16x$ دالة زوجية أوفردية أو ليس زوجية ولا فردية

$$f(-x) = (-x)^5 - 17(-x)^3 + 16(-x)$$
$$= -x^5 + 17x^3 - 16x$$
$$= -(x^5 - 17x^3 + 16x)$$

بما أن $f(-x) = -f(x)$

∴ الدالة فردية

4- **المياه** يمكن تمثيل استهلاك المياه المعبأة بين عامي 1977 و 2006 باستخدام المعادلة $f(x) = 9.35x^2 - 12.7x + 541.7$. حيث x تمثل عدد الأعوام بعد 1977.

a. استخدم الرسم البياني لتقدير كمية استهلاك المياه المعبأة في عام 1994.

3000 مليون جالون

b. احسب كمية الاستهلاك في عام 1994 من خلال. قَرِّب إلى أقرب عشرة مليون جالون.

$f(17) = 9.35(17)^2 - 12.7(17) + 541.7$

$= 3029$ مليون جالون

c. استخدم الرسم البياني لتقدير العام الذي وصلت فيه كمية استهلاك المياه المعبأة إلى 6 مليار جالون. اثبت الحل من خلال الجبر.

$6000 = 9.35x^2 - 12.7x + 541.7$

$9.35x^2 - 12.7x - 5458.3 = 0$

$x_1 = 24.9 \quad ; \quad x_2 = -23$ ✗

2002 بيانيا عام (بعد 25 عاما)

5. **(a)** اوجد ناتج قسمة $2x^3 + 15x^2 + 33x + 20$ على $x + 4$

-4	2	15	33	20
		-8	-28	-20
	2	7	5	0

الناتج: $(2x^2 + 7x + 5)$

(b) استخدم نتائجك لتحلل المقدار $2x^3 + 15x^2 + 33x + 20$ تحليلا كاملا

$2x^2 + 7x + 5 = (2x+5)(x+1)$

$\therefore 2x^3 + 15x^2 + 33x + 20 = (x+4)(2x+5)(x+1)$

6. إذا كان باقي قسمة الدالة $f(x) = x^3 + ax^2 + 8x - 9$ على $x - 3$ هو -3 فماقية a

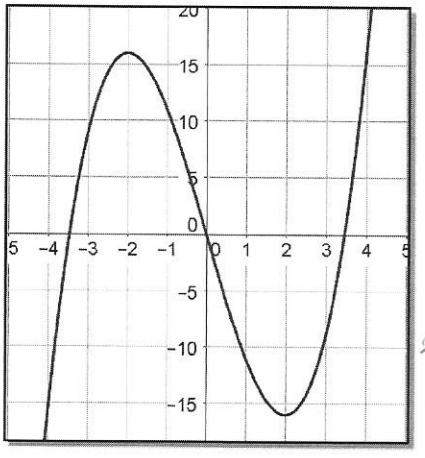
$f(3) = 3^3 + a(3)^2 + 8(3) - 9$

$-3 = 27 + 9a + 24 - 9$

$\therefore \frac{9a}{9} = \frac{-3 - 27 - 24 + 9}{9}$

$\therefore a = -5$

7. استخدم الرسم البياني التالي للدالة $f(x) = x^3 - 12x$ للإجابة عن الأسئلة التالية



a) حدد التقاطع مع المحور الأفقي والمحور الرأسي بيانياً

x-inter:
$x_1 = -3.6$
$x_2 = 0$
$x_3 = 3.4$

y-inter
$y = 0$

b) تحقق من ذلك من خلال الجبر

x-inter
$y = 0$
$0 = x^3 - 12x$
$x(x^2 - 12) = 0$
$x = 0$
$x^2 = 12$
$x = \pm 3.5$

y-inter
$x = 0$
$\therefore y = (0)^3 - 12 \times 0$
$= 0$

c) حدد فترات التزايد والتناقص للدالة

التزايد:
$(-\infty, -2)$
$(2, \infty)$

التناقص:
$(-2, 2)$

d) أوجد القيم القصوى وحدد نوعها للدالة بتقدير الفترات لأقرب 0.5 وحدة تتصاعد عندها الدالة أو تتناقص او تظل ثابتة

عظمى نسبية عند $x = -2$ وقيمتها $= 16$
صغرى نسبية عند $x = 2$ وقيمتها $= -16$

e) أوجد متوسط التغير للدالة في الفترة $[-2, 2]$

$x_1 \quad x_2$

$$AV = \frac{f(2) - f(-2)}{2 - (-2)}$$

$$= \frac{-16 - 16}{2 + 2} = \frac{-32}{4} = -8$$

8. أثناء لعب كرة البيسبول ضرب المضرب الكرة إلى داخل الملعب بعد t ثانية يمكن تمثيل ارتفاع الكرة بالأقدام بـ

$$h(t) = -16t^2 + 50t + 5$$

a) كم يبلغ ارتفاع كرة البيسبول بعد 3 ثواني ؟

$h(3) = -16(3)^2 + 50(3) + 5$

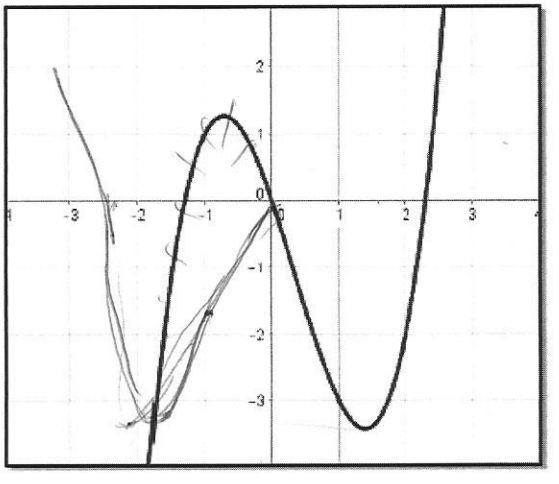
$= 11 ft$

b) ما هو المجال المناسب لهذه الدالة ؟ اشرح استدلالك؟

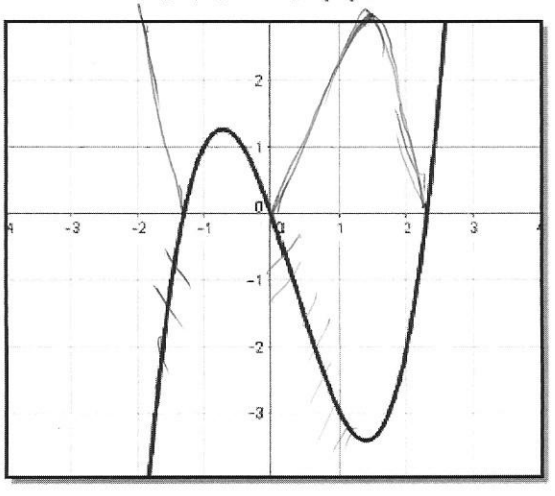
$-16t^2+50t+5=0$ الحل أحد $t_2 = -0.097$ و $t = 3.22$ لا نأخذ السالب ونأخذ أحد الحلول لأنه لا يمكن أن تكون القيمة سالبة لأن الزمن قيمة موجبة [0 و 3.22]

9. استخدم الرسم البياني للدالة $f(x)$ التالي لرسم الدالة المتحولة $g(x)$

$g(x) = f(|x|)$



$g(x) = |f(x)|$



10. إذا كان $g(x) = 4x + 9$ و $f(x) = \frac{x-9}{4}$ وضح أنها دالتان عكسيتان

$f(g(x)) = f(4x+9)$

$= \frac{4x+9-9}{4}$

$= x$

$g(f(x)) = g\left(\frac{x-9}{4}\right)$

$= 4\frac{x-9}{4} + 9$

$= x - 9 + 9$

$= x$

$\therefore f(x)$ و $g(x)$ دالتان عكسيتان

11- أولاً:- إذا كانت $g(x) = x^2 - 2$ $f(x) = 5x + 12$ $h(x) = \sqrt{x-4}$

فأوجد ما يلي:-

a) $f(x) + g(x)$ $= 5x + 12 + x^2 - 2$

$= x^2 + 5x + 10$

b) $(f.g)(x) = (5x + 12)(x^2 - 2)$

$= 5x^3 + 12x^2 - 10x - 24$

c) $(f \circ g)(2)$ $= f(g(2)) = f(2^2 - 2) = f(2)$

$= 5(2) + 12 = 10 + 12 = \boxed{22}$

d) $(g \circ h)(x) = g(h(x)) = g(\sqrt{x-4})$

$= (\sqrt{x-4})^2 - 2 = x - 4 - 2 = \boxed{x - 6}$

e) $f^{-1}(x)$: $f(x) : y = 5x + 12$

$x = 5y + 12$ $\begin{cases} 5y = x - 12 \\ y = \frac{x-12}{5} \Rightarrow f^{-1}(x) \end{cases}$

f) $h^{-1}(x) = h(x) : y = \sqrt{x-4}$ $\begin{cases} x^2 = y - 4 \\ y = x^2 + 4 \Rightarrow h^{-1}(x) \end{cases}$

$(x^2 = (\sqrt{y-4})^2$

$D_{h^{-1}} : x - 4 \geq 0$ ← الأقل

$x \geq 4$

$R_{h^{-1}} : y \geq 0$ ← الأكبر

هل توجد دالة عكسية وضح السبب إن لم توجد

g) $g^{-1}(x) =$

$g(x) : y = x^2 - 2$

$x = y^2 - 2$

$y^2 = x + 2$

$g^{-1}(x) \leftarrow y = \pm\sqrt{x+2}$

لا يوجد لأنه يوجد تعدد قيم لـ y

12. إذا كانت $f(x) = x^2 + 7$ $\quad g(x) = 5x + 12$ $\quad h(x) = \sqrt{x} - 4\ , x > 0$

أوجد ما يأتي:-

a) $(f \circ g)(x) =$ $f(g(x)) = f(5x+12)$

$= (5x+12)^2 + 7$

$= 25x^2 + 120x + 151$

b) $(h \circ f)(3) =$ $h(f(3)) = h(9+7) = h(16)$

$= \sqrt{16} - 4 = 4 - 4 = 0$

c) $g^{-1}(x) =$

$g(x): \quad y = 5x + 12$

$x = 5y + 12$

$5y = x - 12$

$g^{-1}(x): \quad y = \frac{x-12}{5}$

$g(x)$:	$g^{-1}(x)$
المجال D: R	D: R
المدى R: R	R: R

d) $h^{-1}(x) =$

$h(x): \quad y = \sqrt{x} - 4$

$x = \sqrt{y} - 4$

$\sqrt{y} = x + 4$

$\therefore h^{-1}(x): \quad y = (x+4)^2$

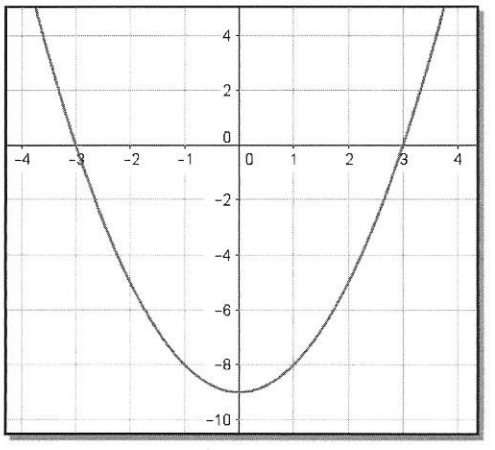
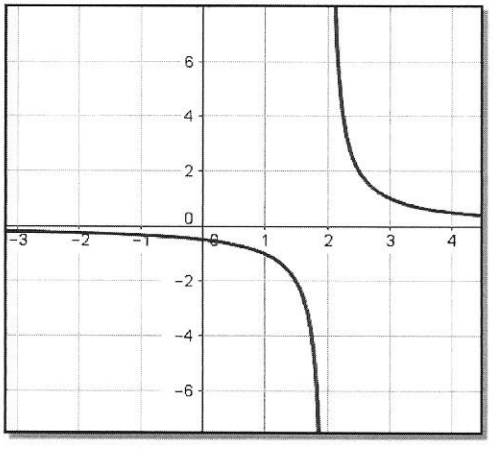
$h(x)$	$h^{-1}(x)$
D: $x \geq 0$	D: $x \geq -4$
R: $y \geq -4$	R: $y \geq 0$

e) $(g^{-1} \circ h^{-1})(x) =$

$g^{-1}(h^{-1}(x)) = g^{-1}((x+4)^2)$

$= \frac{(x+4)^2 - 12}{5}$

13- قارن بين كل من

الدالة		
المجال	$(-\infty, \infty)$	$(-\infty, \infty)/\{2\}$
المدى	$[-9, \infty)$	$(-\infty, \infty)/\{0\}$
نقاط التقاطع	y int $(0,-9)$ x-int $(3,0)$ $(-3,0)$	$x = -0.5$
الاتصال	متصل	غير متصل (انقطاع لانهائي)
التزايد والتناقص	متزايد $(0,\infty)$ متناقص $(-\infty,0)$	متناقص $(-\infty,\infty)$
السلوك الطرفي	$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \infty$	$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$
خطوط التقارب	لا يوجد	$x = 2$ رأسي $y = 2$ أفقي

14-أوجد حل المعادلات التالية

a) $\sqrt{2x-4}+2=x$

$(\sqrt{2x-4})^2=(x-2)^2$

$2x-4=x^2-4x+4$

$x^2-6x+8=0$

$(x-2)(x-4)$

$x=2$ غير مقبول

$\sqrt{4-4}+2\stackrel{?}{=}2$

$0+2=2$

$x=4$

$\sqrt{2\times4-4}+2\stackrel{?}{=}4$

$\sqrt{4}+2\stackrel{?}{=}4$

$2+2=4$

b) $\sqrt{(2x-5)^3}-10=17$

$(\sqrt{(2x-5)^3})^2=(27)^2$

$\sqrt[3]{(2x-5)^3}=\sqrt[3]{(27)^2}$

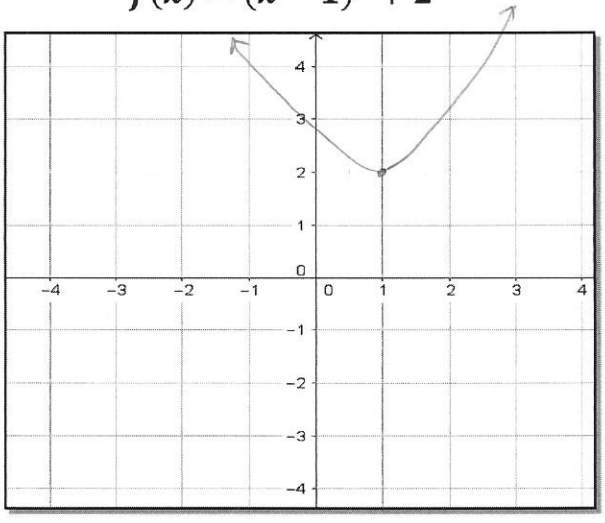
$2x-5=9$

$2x=14$

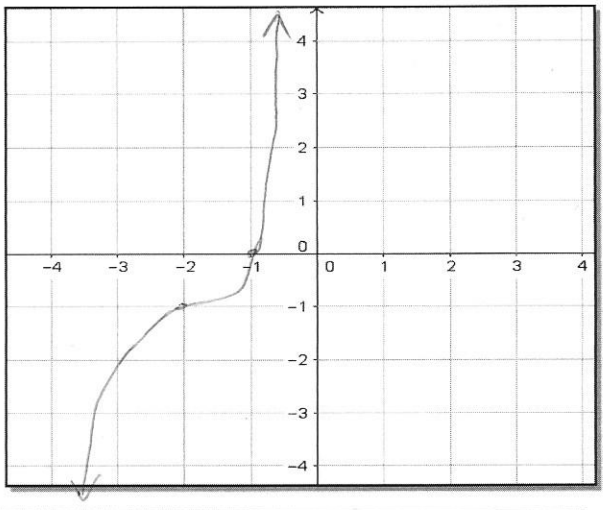
$\boxed{x=7}$

15- ارسم بيانيا الدالة كل من

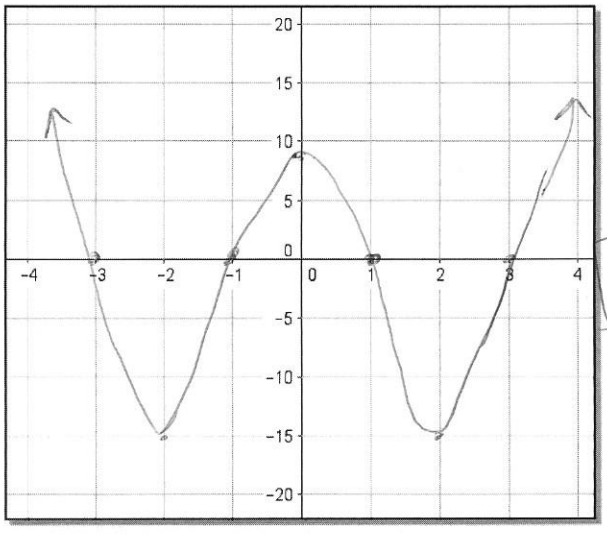
$f(x) = (x-1)^2 + 2$



$g(x) = (x+2)^5 - 1$



16- أذكر عدد الأصفار الحقيقة الممكنة ونقاط التحول ثم أوجد جميع الأصفار الحقيقية عن طريق تحليل العوامل ثم مثل ذلك بيانيا. للدالة $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$



$y=0$

$\therefore x^2 = 9 \qquad x^2 = 1$

$x = \pm 3 \qquad x = \pm 1$

y-inter

$x = 0$

$y = 9$

$=(x^2-9)(x^2-1)$

17- اكتب دالة كثيرة حدود تحتوي على مجموعة الأصفار الآتية

$a)\ 5\ , -3\ ,\ 6$

$y = (x-5)(x+3)(x-6)$

$b)\ \frac{3}{4}\ , -2\ , -4$ مكرر مرتين

$y = (4x-3)(x+2)(x+4)$

18-إذا كانت $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 8$ أجب عما يلي:

a) أوجد ناتج قسمة $f(x)$ على $(x+2)$ (باستخدام القسمة المطولة)

$$\begin{array}{r|l} x^3+2x^2-4x-8 & x+2 \\ \hline -x^3-2x^2 & x^2-4 \\ \hline -4x-8 & \\ -4x-8 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

ناتج القسمة (x^2-4)

b) أوجد $f(5)$ باستخدام نظرية الباقي.

$$f(5) = (5)^3 + 2(5)^2 - 4(5) - 8$$
$$= 147$$

5	1	2	-4	-8
		5	35	155
	1	7	31	147

$f(5) = 147$.

c) هل $(x+4)$ عامل من عوامل $f(x)$ (باستخدام نظرية العامل)

لا

-4	1	2	-4	-8
		-4	+8	-16
	1	-2	4	-24

d) اكتب الدالة $f(x)$ على شكل عوامل خطية.

$$f(x) = (x+2)(x^2-4)$$
$$= (x+2)(x-2)(x+2)$$

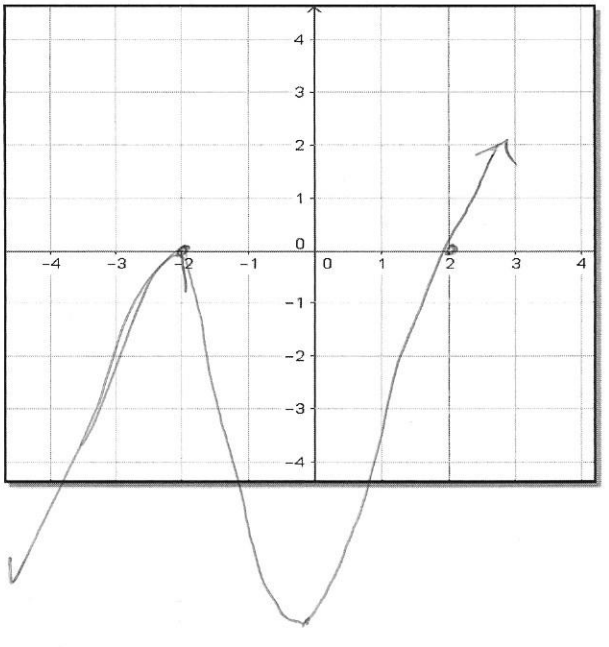
e) اكتب السلوك الطرفي باستخدام اختبار الحد الرئيسي.

n: فردي
a: موجب

$\therefore \lim_{x \to \infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

f) مثل الدالة $f(x)$ بيانياً.



x-inter
$y = 0$
$x = 2$
$x = -2$

y-inter
$x = 0$
$y = -8$

19-يمكن تمثيل المسافة التي يقطعها الشخص في التزلج بالأمتار على النحو التالي $d(t) = 0.2t^2 + 3t$

حيث إن t هو الوقت بالثواني . استخدم نظرية الباقي لإيجاد المسافة المقطوعة بعد 45 ثانية

45	0.2	3	0
		9	540
	0.2	12	540

$d(45) = 0.2(45)^2 + 3(45)$

$= 540$

20- أوجد حلا للمعادلة التالية $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 20x - 12 = 0$

	x^4	x^3	x^2	x	
-2	1	2	-7	-20	-12
		-2	0	$+14$	$+12$
	1	0	-7	-6	0
-1		-1	$+1$	6	
		1	-1	-6	0
3			3	6	
			1	2	0

$\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$

$f(-2) = 0$

$f(-1) = 0$

$f(3) = 0$

$\therefore (x+2)(x+1)(x-3)(x+2) = 0$

21-اكتب دالة كثيرة حدود من أقل درجة ذات معاملات حقيقية بالصيغة القياسية التي تشمل على الأصفار الموضحة.

-5 , 3 , 4

$f(x) = (x+5)(x-3)(x-4)$

.22

بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة كل تعبير

a) $\log_{10} 10 = 1$ $\log_2 2^3 = 3$ $\log_{\sqrt{9}} 81 = 4$ $5^{\log_5 3} = 3$

b) $\log_{36} \sqrt[5]{6} =$ $ln\left(\frac{1}{e^{12}}\right) = -12$ $e^{ln9} = 9$ $ln(-9) =$ لا يوجد

$= \log_{36}(6)^{\frac{1}{5}}$

$= \frac{1}{5}\log_{36}(36)^{\frac{1}{2}}$

$= \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} \log_{36} 36$

$= \frac{1}{10}$

$\ln e^{-12} = -12 \ln e$

$= -12 \times 1$

$= -12$

23- أوجد مجال الدالة ومعادلات المستقيمات المقاربة الرأسية والأفقية ، إن وجدت حيث $f(x) = \frac{x-1}{x^2-2x-3}$

ثم مثل الدالة بيانياً ؟

$= \frac{x-1}{(x-3)(x+1)}$

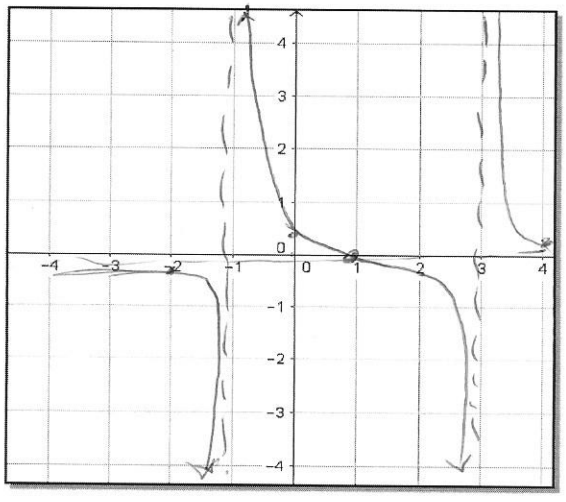
① المجال: $\mathbb{R}/\{3,-1\}$

② خط التقارب الأفقي: $y=0$

③ خط التقارب الرأسي:

$x=3$

$x=-1$



④

x-inter	y-inter
$y=0$	$x=0$
$x-1=0$	$y=\frac{-1}{-3}$
$x=1$	$y=\frac{1}{3}$

24. حصل أحمد على ميراث بقيمة 20000 AED في عمر 8 أعوام لكنه لن يتمكن من إجراء المعاملات عليه قبل أن يبلغ 18 عاماً

a) إذا تم وضع ميراثه في حساب ادخاري يحقق 4.6% كفائدة مركبة شهريا فكم ستبلغ قيمة ميراث أحمد في عيد ميلاده الثامن عشر

$r = 0.046$

$A = P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$

$= 20000\left(1+\frac{0.046}{12}\right)^{12\times 10}$

$= 31.654$ AED

b) كم ستبلغ قيمة ميراث أحمد إذا تم وضعه في حساب يحقق فائدة مركبة باستمرار بنسبة 4.2% أيضا في عيد ميلادة الثامن عشر

$A = P e^{rt}$

0.042×10

$= 20000\ e$

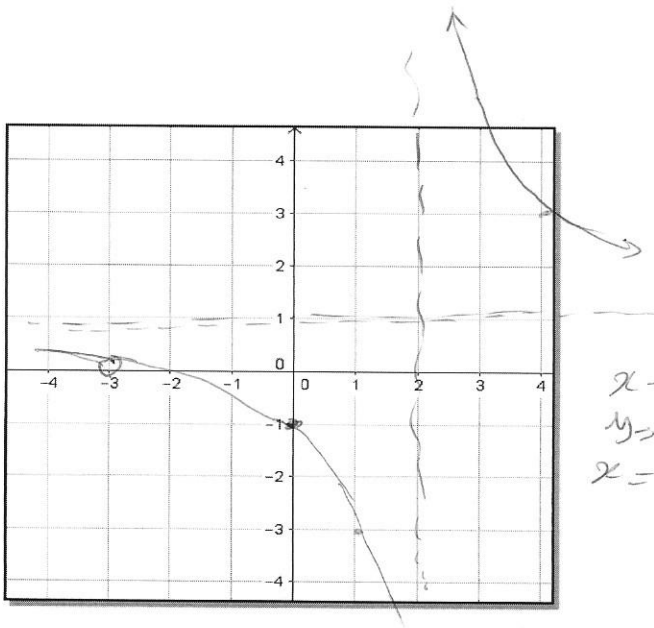
$= 30.439$

c) ما الفرق بين ما يحصل عليه أحمد في الحالتين السابقتين ؟

حصل أحمد على الميراث أكبر عندما كانت الفائدة

شهرياً ومعدلها 4.6٪

25. حدد للدالة التالية $f(x) = \frac{(x+2)(x+3)}{(x+3)(x-2)}$



a) المستقيمات المقاربة الرأسية والأفقية

$x = 2$ $y = 1$

b) حدد الفجوات إن وجدت

$x = -3$

c) أوجد نقاط التقاطع

x-intr
$y = 0$
$x = -2$

y-intr
$x = 0 \Rightarrow y = -1$

d) أوجد مجال الدالة

$\mathbb{R} / \{-3, 2\}$

e) مثل الدالة بيانيا

26.

أوجد قيمة كل لوغاريتم مما يلي:-

a) $8\ln e^2 - \ln e^{12} =$ 4

$\ln(e^2)^8 - \ln e^{12}$

$\ln e^{16} - \ln e^{12}$

$= \ln \frac{e^{16}}{e^{12}} = \ln e^4$

$= 4 \ln e$

$= 4$

b) $50 \log_5 \sqrt{125} =$ 75

$50 \log_5 (125)^{1/2}$

$= 50 \times \frac{1}{2} \log_5 125$

$= \frac{50}{2} \log_5 5^3$

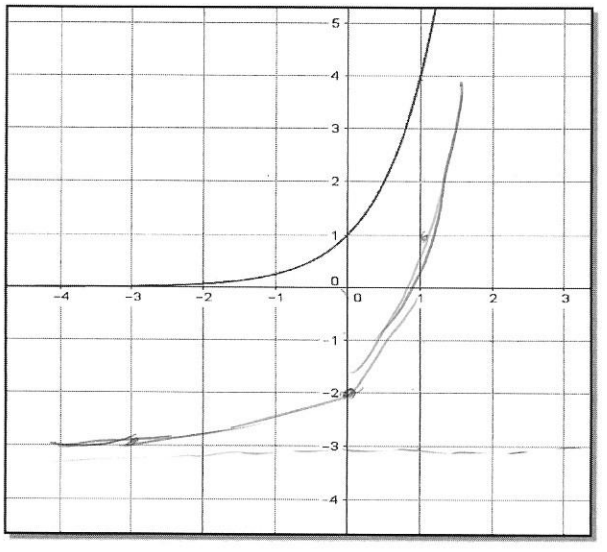
$= \frac{50}{2} \times 3 \log_5 5$

$= \frac{150}{2} = 75$

26

26- استخدم التمثيل البياني للدالة $f(x)$ لوصف التحويل الذي يؤدي إلى رسم $g(x)$ ثم مثل ذلك بيانيا

حيث $f(x) = 4^x$ و $g(x) = 4^x - 3$



بيان الدالة $g(x)$ هو نفس بيان الدالة $f(x)$ بإزاحة رأسية نحو الأسفل بمقدار وحدات

27- كان استهلاك الماء على مستوى العام حوالي 294.2 مليون جالون في عام 1950 . إذا ارتفع استهلاك الماء بالمعل المذكور ، فضع تقديراً لمقدار الماء المستخدم في عام 2000

a) 3 % سنوياً

$N = 294.2(1+0.03)^{50}$

$= 1289.7$ مليون جالون

$N = N_0(1+k)^t$

$N = N_0 e^{kt}$

b) 3.05% باستمرار

$= 294.2\, e^{0.03.05(50)}$

$= 1351.9$ مليون جالون

28. عبر عن كل لوغاريتم باستخدام $ln2$, $ln5$

a) $ln1.6 = \ln\left(\frac{16}{10}\right) = \ln\left(\frac{8}{5}\right) = \ln\left(\frac{2^3}{5}\right) = 3\ln 2 - \ln 5$

b) $ln80 = \ln(5)(16) = \ln(5)(2^4) = \ln 5 + 4(\ln 2)$

c) $ln200 = \ln(8)(25) = \ln(2^3)(5^2)$

$= 3\ln 2 + 2\ln 5$

a) $\log a^6 b^{-3} c^4 =$ $\log a^6 + \log b^{-3} + \log c^4$

$= 6\log a - 3\log b + 4\log c$

b) $ln \frac{x^7}{\sqrt[3]{x+2}} =$ $\ln x^7 - \ln \sqrt[3]{x+2}$

$= 7\ln x - \frac{1}{3}\ln(x+2)$

30. تستثمر 1500 ADE في حساب بمعدل 8% لمدة 12 عاما دون إجراء أية عمليات أو سحب أخرى .

a) كم سيكون رصيد حسابك إذا كانت الفائدة مركبة شهريا ؟

$A = P(1+\frac{r}{n})^{nt}$

$= 1500\left(1+\frac{0.08}{12}\right)^{12\times 12}$

$= 3905$ AED

b) كم سيكون رصيد حسابك إذا كانت الفائدة مركبة مستمرة ؟

$A = P e^{rt}$

$= 1500\, e^{0.08 \times 12}$

$= 3917$ AED

31. تنخفض قيمة السيارة الجديدة من لحظة قيادتها خارج معرض التاجر وتستمر قيمة السيارة في الانخفاض كل عام . قيمة إحدى السيارات بعد t أعوام من شرائها هو $f(x) = 18000(0.8)^t$

a) ما معدل استهلاك السيارة ؟

20%

b) بعد كم عام من شراء السيارة تنخفض قيمتها الأصلية إلى النصف ؟ 3 أعوام

$9000 = 18000(0.8)^t$

$0.5 = 0.8^t$

$\log 0.5 = t \log 0.8$

$\therefore t = \frac{\log 0.5}{\log 0.8} = 3.1$

c) ما قيمة السيارة بعد 10 أعوام من شرائها؟

$f(t) = 18000(0.8)^{10}$

$= 193.2$ AED

32. أوجد قيمة ما يأتي (باستخدام قاعدة تغيير الأساس)

a) $\log_3 10 =$ $\frac{\log 10}{\log 3} = \frac{1}{\log 3} = 2.1$

b) $\log_{20} 400 =$ $\frac{\log 100}{\log 20} = 2$

c) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} =$ .. $\frac{\log \frac{1}{3}}{\log \frac{1}{2}} = 1.6$

e) $9e^{2x} - 3e^x = 6$

$9e^{2x} - 3e^x - 6 = 0$

$3(3e^{2x} - e^x - 2) = 0$

$3(e^x - 1)(3e^x + 2) = 0$

$3 \neq 0$ $\quad e^x - 1 = 0$ $\quad e^x = 1$ $\quad x \ln e = \ln 1$ $\quad \boxed{x = 0}$

$3e^x + 2 = 0$ $\quad 3e^x = -2$ $\quad x \ln 3e = \ln -2$

f) $\ln x + \ln(x+2) = \ln 63$

$\ln x^2 + 2x = \ln 63$

$x^2 + 2x = 63$

$x^2 + 2x - 63 = 0$

$(x-7)(x+9) = 0$

$x = 7$ ✓

$x = -9$ ✗

g) $\ln(x-3) + \ln(2x+3) = \ln(-4x^2)$

$\ln 2x^2 - 3x - 9 = \ln -4x^2$

$2x^2 - 3x - 9 + 4x^2 = 0$

$6x^2 - 3x - 9 = 0$

$3(2x^2 - x - 3) = 0$

$3(2x-3)(x+1) = 0$

$3 \neq 0$ $\quad 2x - 3 = 0$ $\quad x = \frac{3}{2}$ ✗ $\quad x + 1 = 0$ $\quad x = -1$ ✗

h) $\log(x+6) = \log(8x) - \log(3x+2)$

$\log(x+6) + \log(3x+2) = \log 8x$

$\log 3x^2 + 20x + 12 = \log 8x$

$3x^2 + 12x + 12 = 0$

$3(x^2 + 4x + 4) = 0$

$3(x+2)^2 = 0$

$3 \neq 0$ $\quad x + 2 = 0$ $\quad x = -2$ ✗

i) $\log(x-10) = 3 + \log(x-3)$

$\log(x-10) - \log(x-3) = 3$

$\log\left(\frac{x-10}{x-3}\right) = 3$

$10^3 = \frac{x-10}{x-3}$

$1000x - 3000 = x - 10$

$999x = 2990$

$x = 2.99299$

j) $5 + 5\log_{100} x = 20$

$5\log_{100} x = 15$

$\log_{100} x = 3$

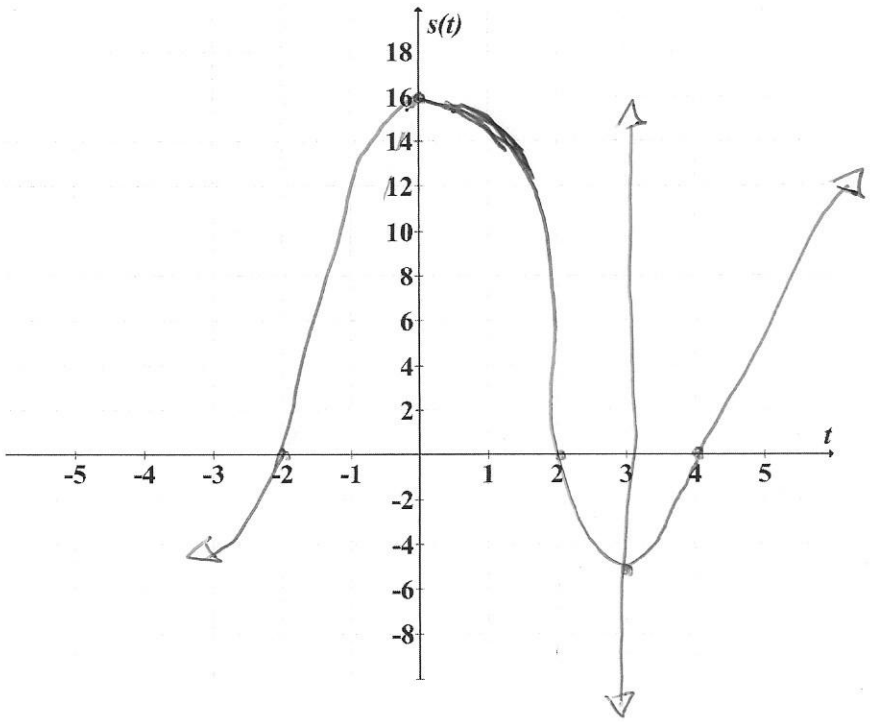
$100^3 = x$

$x = 1000000$

للعبة قطار سباق يتسابق بخط مستقيم ويحسب الوقت بالثواني t من لحظة انطلاق الصافرة يعطى ب

$$s(t) = (t+2)(t-2)(t-4)$$

(a) على المحاور التي في الاسفل ارسم رسمة $s(t)$



(b) $s(t)$ هي دالة. باستخدام اختبار الخط العمودي وضح على الرسم انها دالة

الخط العمودي لا يقطع الدالة إلا في نقطة واحدة (أي أن لكل x
فقط) فهذا يعني أنها دالة

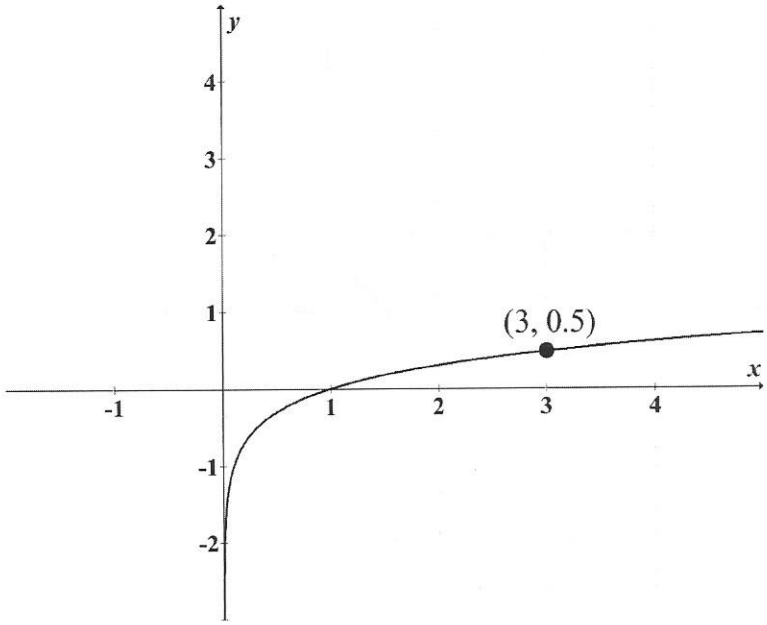
(c) وضح ما يخبرنا به اختبار الخط العمودي عن موقع الشيء في اي وقت t

أنه بعد مرور عدد معين من الثواني (مثلا $t=1$ أي بعد
من البدء) قطع القطار مسافة 9m
نقطة التقاطع تدل على مقدار المسافة المقطوعة بعد مرور زمن

(d) اوجد قيمة $s(-1)$ وبالكلمات، وضح ماتعنيه هذه الإجابة

$s(-1) = 15$

وذلك بما أن t تمثل الثواني والثواني قيمة قياسية لا يمكن
قياسها بأرقام أو صور سالبة، فإن المسافة 15 خاطئة لأنها
غير حقيقية في هذا الموقف.



(a) باستخدام الاحداثيات التي على الرسم ، أوجد قيمة a في المعادلة $y = \log_a x$

$$0.5 = \log_a 3$$

$$(a^{\frac{1}{2}})^2 = (3)^2$$

$$a = 9$$

(b) على المحاور التي في الاعلى، ارسم رسمة $y = a^x$ موضحا المقاطع والخصائص المتعلقة بها

* نقطة تقاطع الدالة مع المحور الرأسي هي $(0,1)$
* الدالة $y=a^x$ هي عكس دالة $y=\log_a x$
* علاقة المستقيم $y=x$ مع الدالتان : $y=x$ هو محور التناظر ل

(c) قارن **إثنين** من الاختلافات المهمة بين رسمة الدالة اللوغريتمية والدالة الاسية.

	الأسية	اللوغارتمية
x-int	X	$(1,0)$ ✓
y-int	$(0,1)$	X
المجال	$\mathbb{R}$	$(0,\infty)$
المدى	$(0,\infty)$	$\mathbb{R}$

$3^{2x} - 10\,(3^x) + 9 = 0$

$\begin{cases} y^2 - 10y + 9 = 0 \\ (y-9)(y-1) = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 3^x \end{cases}$

$y = 1$

$3^x = 1$

$\boxed{x = 0}$

$y = 9$

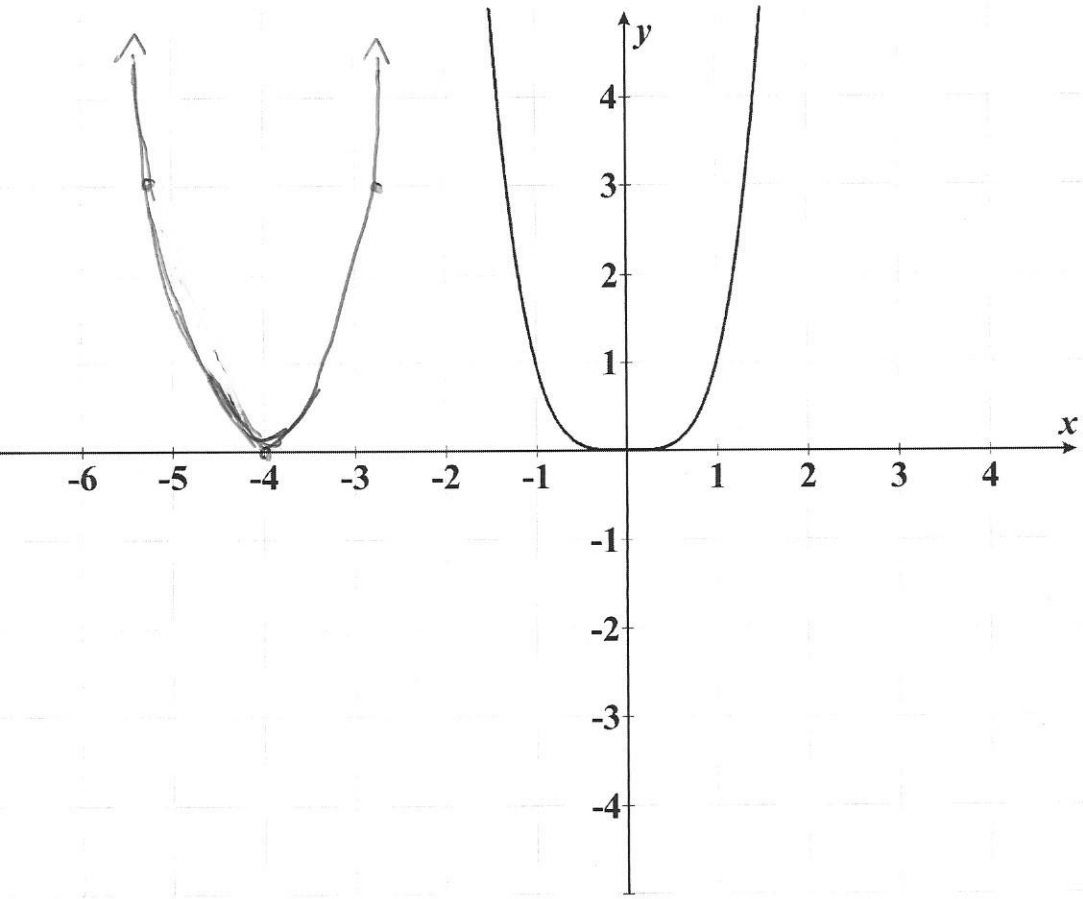
$3^x = 9$

$3^x = 3^2$

$\Rightarrow \boxed{x = 2}$

17) أكمل الجدول بالعبارات المناسبة

الدالة	المجال	معادلة المستقيمات المتقاربة الرأسية	معادلة المستقيمات المتقاربة الافقية	معادلة المستقيمات المتقاربة المائلة
$f(x) = \frac{2x}{x+4}$	$\mathbb{R} \setminus \{-4\}$	$x = -4$	$y = \frac{a}{b} = \frac{2}{1} = 2$	/
$f(x) = \frac{x^2}{x+6}$	$\mathbb{R} \setminus \{-6\}$	$x = -6$	/	$y = x - 6$
$f(x) = \frac{x-1}{(2x+1)(x-5)}$	$\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}, 5\}$	$x = -\frac{1}{2}$ $x = 5$	$y = 0$	/



(a) على المحاور التي في الأعلى أرسم الدالة $y = -P(x)$

$y = -(x^4)$

(b) على نفس المحاور ارسم أيضا رسمة الدالة $y = P(x+4)$

$y = (x+4)^4$

(c) مستخدما رسمتك في فرع (b) السابق حدد كم عدد الحلول الممكنة للمعادلة

$(x+4)^4 = 3$

أظهر الحلول على الرسم

قام علي بزراعة شجرة طولها 1.2 مترا. الطول h للشجرة ، بالأمتار ، يمكن تمثيله بالمعادلة التالي

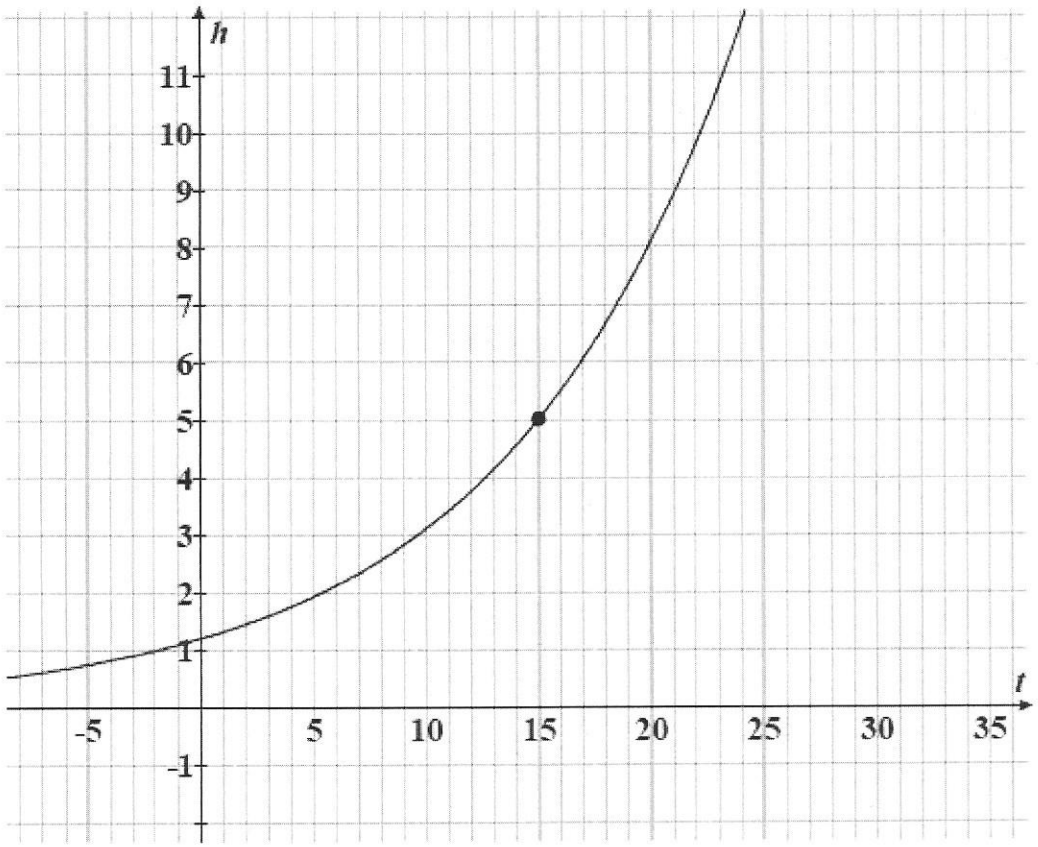
$$h = 1.2 \times 1.1^t$$

t هي الزمن بالسنوات منذ أن زرعت الشجرة و $t \leq 20$

(a) حدد متى سيصبح طول الشجرة 2 متر. أعط إجابتك لمنزلة عشرية واحدة.

$t=5$ بعد 5 أعوام

الرسم ل $h = 1.2 \times 1.1^t$ موضح في الأسفل



(b) حدد معدل التغير على المجال $t \in [5, 10]$

$[5, 10]$

$[2, 3.1]$

$$m = \frac{3.1-2}{10-5} = 0.22$$

[5,10]
]0.02,0.1[$m = \frac{0.1 - 0.02}{10 - 5} = 0.016$

(d) P هي النقطة Q (15, 5.0127) هي نقطة على المنحنى قريبة من P

أكمل الجدول الذي في الأسفل لتجد الميل للقاطع PQ ولتحدد النمو اللحظي للشجرة عندما تكون 5

x الإحداثي السيني للنقطة Q	y الإحداثي الصادي للنقطة Q (4dp)	ميل PQ
15.1	5.0607	$\frac{5.0607 - 5.0127}{15.1 - 15} = 0.48$
15.01	5.0175	$\frac{5.0175 - 5.0127}{15.01 - 15} = 0.48$
14.9	4.9651	$\frac{5.0127 - 4.9651}{15 - 14.9} = 0.476$
14.99	5.007941	$\frac{5.0127 - y}{15 - 14.99} = 0.476$

(e) عندما تقترب x من 15 ، من ماذا سيقترب الميل عندها ؟ أعط إجابتك لمنزلة عشرية واحدة.

من 0.5

(f) وضح لماذا $t = 35$ سنة ربما لا تتوافق مع النموذج $h = 1.2 \times 1.1^t$

لأن مجال الدالة (شرطها) هو $t \leq 20$

أي أن المعادلة لا تنطبق على أي رقم أكبر من 20

(g) عين مجال مناسب للدالة المعطاة $h = 1.2 \times 1.1^t$, $t \leq 20$

المجال : $[0, 20]$

$2 \log 4 - \log 2 + \log 5$

$= \log 4^2 - \log 10$

$= \log \frac{16}{10} = \log 1.6$

39. ارتفعت أسعار المعادن النفيسة بشكل أسّي على مدار الـ 20 عاماً الأخيرة.
الصيغة التالية توضح سعر جرام أحد المعادن $P(t)$ بالدرهم

$$P(t) = 49\, b^t$$

- حيث P = السعر،
- b هي حد ثابت،
- و t هي الزمن بالسنين،
- و $t = 0$ في عام 1994.

اشترى أحمد قلادة لزوجته في عام 1994، وكان وزنها 250 جراماً.

في عام 2014 سعر الجرام الواحد من المعدن نفسه هو 159 درهماً.

على افتراض استمرار نمط زيادة أسعار المعادن، اوجد قيمة b، وأوجد قيمة القلادة في عام 5

1994 ← 2019

20 سنة

نفس القلادة

∴ نفس الوزن

$t = 20$

$159 = 49\, b^{20}$

$\sqrt[20]{3.2449} = \sqrt[20]{b^{20}}$ ①

$1.0606 = b$

② $t = 21$

$P(t) = 49\,(1.0606)^{21}$

سعر الجرام الواحد ← $= 169$ درهم

وزن القلادة = 250 جرام

∴ سعر القلادة $= 250 \times 169 = 42250$

$$f(x) = x^4 - 8x^3 + 19x^2 - 12x$$

(a) اشرح كيف تعرف أن أحد الجذور هو صفر.

$f(x) = x(x^3 - 8x^2 + 19x - 12)$ ← لما أن x عامل مشترك للدالة

$\therefore x = 0$

(b) استخدم القسمة المطولة لاثبات أن أحد الجذور هو 3.

$$\begin{array}{r|l} & x^3 - 5x^2 + 4x \\ \hline x-3 & x^4 - 8x^3 + 19x^2 - 12x \\ & -x^4 - 3x^3 \\ \hline & -5x^3 + 19x^2 - 12x \\ & -5x^3 + 15x^2 \\ \hline & 4x^2 - 12x \\ & -4x^2 - 12x \\ \hline & 0 \end{array}$$

لما أن الباقي $= 0$

$\therefore x - 3$ عامل من عوامل الدالة

$\therefore 3$ جذر من جذور الدالة

(c) وضح أن 4 هو أحد جذور $f(x)$ باستخدام التعويض.

$f(4) = 4^4 - 8(4)^3 + 19(4)^2 - 12(4)$

$= 256 - 512 + 304 - 48$

$= 0$

لما أن $f(4) = 0$

$\therefore 4$ أحد جذور الدالة

هناك جذر آخر وهو 1.

(d) باستخدام جميع المعلومات السابقة، عبر عن $f(x)$ في صيغة تحليل إلى عوامل كاملة.

$f(x) = x(x-3)(x-4)(x-1)$

$$f(x) = x^2 + x - 2$$

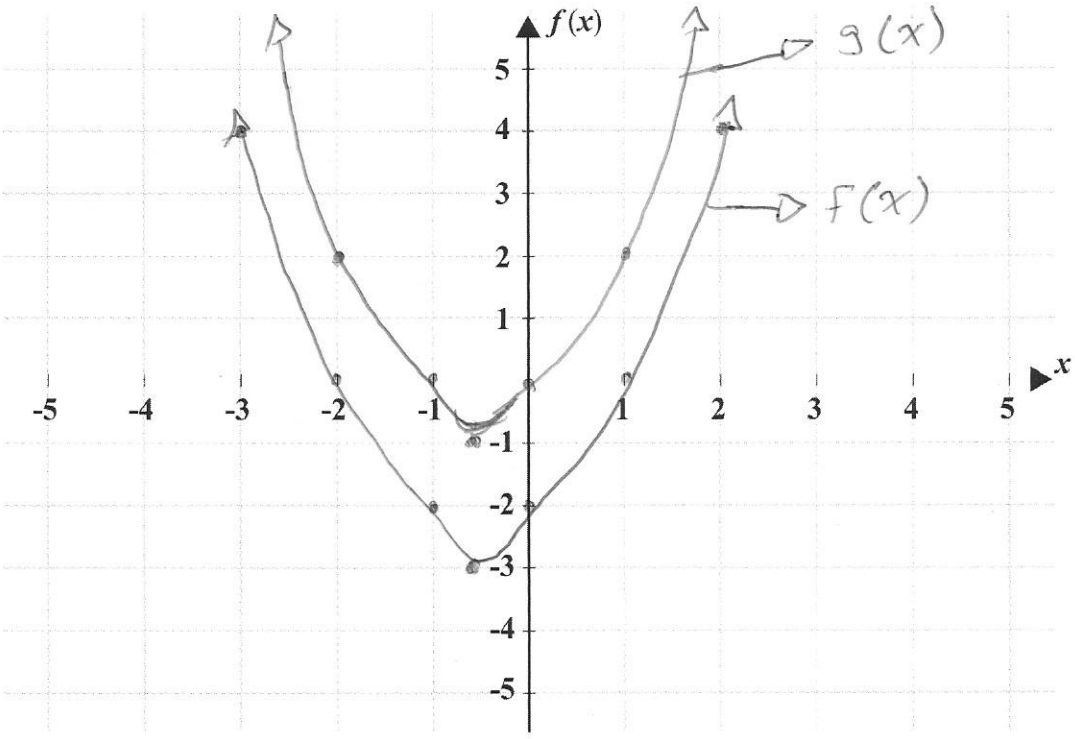
(a) أوجد المقطع y للدالة.

$f(0) = -2$

$x = 0$

$y = -2 \quad (0, -2)$

(b) أكمل الرسم للدالة $f(x)$.



(c) إذا كان

$$g(x) = f(x) + 2$$

ارسم $g(x)$ على نفس المحور.

صف <u>تشابهين</u> و<u>اختلافين</u> بين الدالتين $f(x)$ و $g(x)$.

تشابهين :- لهما نفس الرسم البياني

- كلاهما لديهما نقطتان تقاطع مع المحور الأفقي و نقطة تقاطع مع المحور الرأسي

- مجالهما IR

اختلافين :- الدالة $g(x)$ لها إزاحة رأسية للأعلى مقدارها وحدتان

انتهت الأسئلة