**Rates of change and Tangent معدلات التغير وخطوط التماس Worksheet 12AC**

التغير : Change

1) أوجدي : $\Delta x, \Delta y$

a) من النقطة A إلى B حيث A(3,5) ، B(-5,2) .

b) من النقطة B إلى A حيث B(a,b) ، A(1,3).

متوسط التغير : Average of change

2) أوجدي متوسط التغير للدوال الآتية على الفترات المعطاة:

a) الدالة $f(x) = x^2 - 2$ على الفترة [ 1 , 3 ] .

b) الدالة $f(x) = 1 + \cos x$ على الفترة $[0, 2\pi]$ .

c) الدالة $f(x) = \sqrt{4x+1}$ على الفترة [ 0 , 2 ] .

3) إذا كان متوسط تغير الدالة f في [ 1 , 3 ] يساوي 2.5 وكان f(3) = 16 فأوجد f(1) .

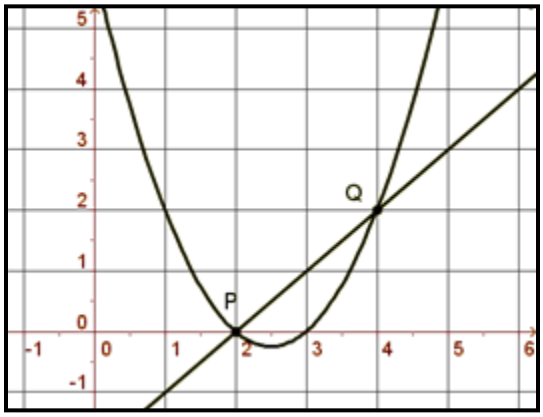
السرعة المتوسطة : Average of speed

4) سقطت صخرة من قمة برج وفق العلاقة $y = 16t^2$ . ما السرعة المتوسطة خلال أول ثانيتين من السقوط

5) يتحرك جسيم مسافة بالأمتار في زمن بالثانية وفق المعادلة $N(t) = 2t^2 + 5t - 2$ أوجدي السرعة المتوسطة في الفترة الزمنية [ 1 , 3 ] .

ميل القاطع للمنحنى : Slope of a Secant

6) أوجدي ميل القاطع PQ للرسم البياني التالي .




7) الدالة $f(x) = x^2 - 5x + 6$ أوجدي ميل القاطع لمنحنى الدالة f(x) من x=1 إلى x = 3

# متوسط التغير

1) إذا كان ميل المستقيم العمودي على المستقيم المار بالنقطتين (a,4) ، (-1,3) هو 4- فما قيمة a ؟
2) لتكن $f(x) = x^3 - 2x$ فأوجد متوسط التغير في الدالة على الفترة [1,3] .
3) إذا كانت $f(x) = ax^2$ (a عدد ثابت ) وكان متوسط التغير في الدالة عندما تتغير $x$ من 1 إلى 3 هو 4- فما قيمة a ؟
4) إذا كانت $f(x) = x^2$ وكان متوسط التغير في الدالة هو 5 عندما تتغير $x$ من 1 إلى a فما قيمة a؟ ( حيث a>1 ).
5) إذا كان متوسط التغير في الدالة $f(x)$ على الفترة [1,3] هو $\frac{2}{5}$ وكانت $f(3) = 6$ فما قيمة $f(1)$ ؟
6) إذا كانت $y = x^2 - 5x + 2$ وكان متوسط التغير في الدالة هو 2 عندما تتغير $x$ من a إلى a+1 فما قيمة a؟
7) إذا كانت

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 4b & x < 1 \\ bx^2 + 5 & x \geq 1 \end{cases}$$

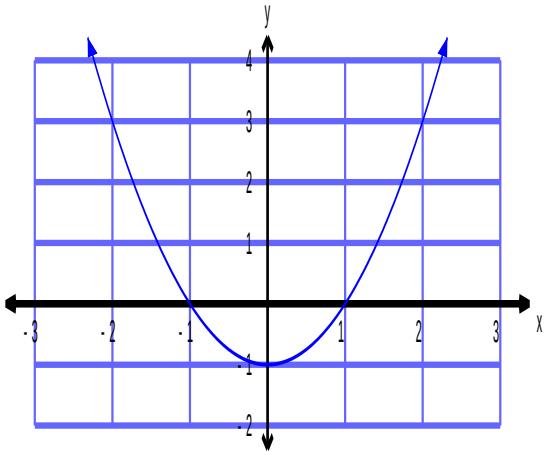
فأوجد متوسط التغير في الدالة عندما تتغير $x$ من 0 إلى 2 .
8) الدالة $f(x) = 2e^{3x}$ على الفترة [0,2] .
9) الدالة $f(x) = \ln x$ على الفترة : a) [1,4] b) [100,103]

---

1) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (2,-4) ، (1,3) .

2) لتكن $f(x) = x^2 - 2$ فأوجد ميل المستقيم القاطع لمنحنى الدالة عند النقطتين $(-1, f(-1)), (3, f(3))$ ثم أذكر ميل العمودي عليه؟

3) في الشكل المقابل أوجد ميل القاطع لمنحنى الدالة $f(x)$ والمار بالنقطتين $(-1, f(-1)), (2, f(2))$




4) إذا كانت

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & x \leq 1 \\ 2x - \frac{1}{x} & x > 1 \end{cases}$$

فأوجد متوسط التغير في الدالة عندما تتغير $x$ من 1-إلى 2 .

5)أوجد متوسط التغير لـ $f(x) = 1 + sinx$ على الفترة $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

معدلات التغير Rates of change :

1) ما معدل التغير في مساحة الدائرة بالنسبة إلى نصف القطر عندما يكون طول نصف القطر 3in ؟

ميل المماس للمنحنى Slope of a Curve :

2) أوجد ميل مماس القطع المكافئ $y=x^2$ عند النقطة $P(2,4)$

السرعة اللحظية Instantaneous speed:

3) بعد t sec من انطلاقة صاروخ كان على ارتفاع $3t^2$ ft . ما سرعة الصاروخ بعد 10sec من انطلاقه .

## معدلات التغير وخطوط التماس Rates of change and Tangent

1) في تفاعل كيماوي ناتجه النهائي مادة (BC) جرام وجد أن مقدار مادة (BC) الناتج بعد t دقيقة يعطى بالعلاقة $y = g(t) = \sqrt{t}$

أ) أوجد متوسط التغير في $g(t)$ بين اللحظة $t = 2 + \Delta t$ , $t = 2$ .

ب) ثم استنتج المعدل اللحظي في التغير للمادة (BC) عندما ( دقيقة $t = 2$ )

2) معادلة السقوط الحر على سطح الكوكب "كويكسون" هي $S(t) = 3.8t^2$ حيث $t$ بالثانية ، $S$ بالمتر . بفرض أن صخرة أسقطت من ارتفاع 400m .

أ) أوجد السرعة المتوسطة على الفترة [0,6] .

ب) أوجد السرعة اللحظية للصخرة عند $t = 6\ s$ .

ج) أوجد السرعة اللحظية بدلالة $t$ . هل يمكن أن تصبح هذه السرعة 80 m/s ؟ فسر ؟

1) أوجد ميل المنحنى عند النقطة المبينة لكلا مما يلي:

a) $f(x) = |x|$ , $x = 2$

b) $f(x) = |x - 3|$ , $x = 1$

c) $y = \frac{1}{x-1}$ , $x = 2$

d) $f(x) = x^2 - 3x$ , $x = 0$

e) $y = \sqrt{3x + 1}$ , $x = 1$

f) $g(x) = \frac{1}{x-2}$ , $x = a$

g) $f(x) = 4 - x^2$ , $x = a$

2) بالنسبة للدالة $f(x) = x^2 - 4x$ أوجد

- متوسط التغير للدالة على الفترة [1,4]
- ما يعني بيانيا المتوسط الذي وجدته ؟
- ميل المنحنى عند $x = a$
- صف ماذا يحدث للماس عندما تتغير $a$
- أوجد ميل المنحنى عند النقطة A(1,-3) .
- معادلة خط المماس عند النقطة A .
- ارسم المنحنى والمماس والخط العمودي على المماس ، على المستوى الاحداثي نفسه.
- أوجد نقطة على منحنى الدالة حيث الخط العمودي على خط المماس ماوز للمحور الصادي .

3) أوجد ميل المنحنى عند النقطة المبينة : $f(x) = |x - 2|$ عند x= 1 .

4) لتكن $f(x)=\begin{cases} x^2-2 & ,x\geq 1 \\ 3x-4 & ,x<1 \end{cases}$

حدد ما إذا كان المنحنى له مماس عند النقطة x=1 ، إذا كان كذلك أوجد ميله ، إذا لم يكن اشرح لماذا لا ؟

5) لتكن $f(x)=\begin{cases} \sin x & ,0\leq x\leq \frac{2\pi}{3} \\ \cos x & ,\frac{2\pi}{3}<x\leq 2\pi \end{cases}$

حدد ما إذا كان المنحنى له مماس عند النقطة $x=\frac{2\pi}{3}$ ، إذا كان كذلك أوجد ميله ، إذا لم يكن اشرح لماذا لا ؟

6) لتكن $y=\frac{2}{x}$ أ) أوجد ميل المنحنى عند x=a .

ب) صف ماذا يحدث للماس عند x= a عندما تتغير a .

7) لتكن $y=\frac{2}{x-1}$ أ) أوجد معادلة كل مماس للمنحنى y والذي يكون ميله 1- .

ب) أوجد معادلة كل خط عمودي على المنحنى y والذي يكون ميله 1 .

8) عند أي نقطة يكون المماس لمنحنى الدالة $f(x) = x^2 - x + 1$ أفقيا .

9) عند أي نقطة يكون المماس لمنحنى الدالة $f(x) = x - x^2$ أفقيا .

10) أوجد السرعة لصخرة سقطت من قمة جبل عند t=2 علما بأن المسافة التي يقطعها جسم سقط سقوطا حرا من السكون نحو سطح الأرض تعطى بالعلاقة $y= 16\ t^2$ .

11) معادلة السقوط الحر على سطح المشترى هي $S= 11.44\ t^2$ حيث t بالثواني ، بفرض أن صخرة أسقطت من تل على ارتفاع 500m أوجد سرعة الصخرة عند t=2 sec .

12) أوجد معدل التغير في مساحة الدائرة بالنسبة إلى نصف القطر عندما يكون طول نصف القطر 2 in .

13) أوجد معدل التغير في مساحة سطح المكعب $S = 6x^2$ بالنسبة إلى حرفه x عندما x = 3 cm .

14) أوجد معدل التغير في حجم الكرة عندما يكون طول نصف القطر 3 in .

15) أوجد معادلات جميع المماسات لـ $y = 9 - x^2$ التي تمر بالنقطة ( 12 , 1 ) .

16) أوجد معدل التغير اللحظي لحجم مخروط $v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ بالنسبة لنصف القطر $r$ عند $x = a$ إذا علمت أن الارتفاع $h$ ثابت لا يتغير ؟

17) سقط جسم من أعلى برج ارتفاعه 100m إذا كان ارتفاع الجسم $y$ عن سطح الأرض بعد مرور $t\ sec$ يعطى بالعلاقة $y = 100 - 4.9t^2$ . أوجد سرعة الجسم بعد 2 sec من السقوط ؟

18) حدد ما إذا كان المنحنى له مماس عند النقطة المذكورة . وإذا كان كذلك أوجد ميله. (وإن لم يكن كذلك أذكر السبب)

*a)* $f(x) = \begin{cases} -x & x < 0 \\ x^2 - x & x \geq 0 \end{cases}$ ,$x=0$

*b)* $g(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x < 1 \\ 3x + 7 & x \geq 1 \end{cases}$ ,$x=1$

*c)* $L(x) = \begin{cases} 2 - 2x - x^2 & x < 0 \\ 2x + 2 & x \geq 0 \end{cases}$ ,$x=0$

*d)* $Q(x) = \begin{cases} \sin(x) & 0 \leq x < \frac{3\pi}{4} \\ \cos(x) & \frac{3\pi}{4} \leq x \leq 2\pi \end{cases}$ ,$x = \frac{3\pi}{4}$

*e)* $R(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x \leq 2 \\ \frac{4-x}{4} & x > 2 \end{cases}$ $x = 2$

$f)\ g(x) = 2 + |2 - x|$ ,$x = 2$