قدّر كل نهاية مما يأتي باستعمال التمثيل البياني، ثم عزّز إجابتك باستعمال جدول قيم:

9) $\lim_{x\to 3} (2x - 7)$

10) $\lim_{x\to 1} (0.5x^4 + 3x^2 - 5)$

قدِّر كل نهاية مما يأتي:

11) $\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$

12) $\lim_{x\to 4} \frac{x^2 + x + 20}{x - 4}$

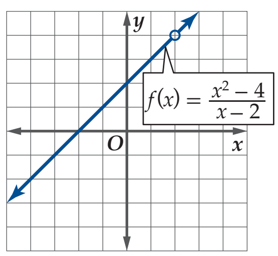
13) $\lim_{x\to 4} \frac{9}{x^2 - 8x + 16}$

14) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2 - 7x - 10}{x - 2}$

قدّر $\lim_{x\to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ باستعمال التمثيل البياني، ثم عزِّز إجابتك باستعمال جدول قيم.

التحليل بيانيًّا:

x



التعزيز عدديًّا:

x تقترب من 2 ←   → x تقترب من 2

x	1.9	1.99	1.999	2	2.001	2.01	2.1
$f(x)$							

استعمل خصائص النهايات لحساب كل نهاية مما يأتي:

15) $\lim_{x\to 5} \frac{x^2 + 2x + 10}{x}$

16) $\lim_{x\to -1} (5x^2 - 2x + 12)$

احسب كل نهاية مما يأتي باستعمال التعويض المباشر إذا كان ممكنًا، وإلا فاذكر السبب.

17) $\lim_{x\to 25} \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x} - 5}$

18) $\lim_{x\to 2} (-3x^3 - 2x^2 + 15)$

احسب كل نهاية مما يأتي:

19) $\lim_{x\to -2} \frac{x + 2}{x^2 - 2x - 8}$

20) $\lim_{x\to \infty} (2 - 4x^3 + x^2)$

احسب كل نهاية مما يأتي باستعمال التعويض المباشر إذا كان ذلك ممكنًا، وإلا فاذكر السبب.

a) $\lim_{x\to 2} (2x^3 - x^2 + 4x + 1)$

b) $\lim_{x\to -4} \frac{2x - 7}{2 - x^2}$

أوجد ميل مماس منحنى كل دالة مما يأتي عند النقاط المعطاة :

21) $y = 6 - x\ ,\ (-1, 7)\ ,\ (3, 3)$

22) $y = x^2 + 2\ ,\ (0, 2)\ ,\ (-1, 3)$

أوجد معادلة ميل منحنى كل دالةٍ مما يأتي عند أي نقطة عليه:

23) $y = -x^2 + 3x$

24) $y = x^3 + 4x$

تمثِّل $s(t)$ في كل مما يأتي موقع جسم بالأقدام بعد t ثانية . أوجد سرعة الجسم المتجهة اللحظية عند الزمن المعطى:

25) $s(t) = 15t - 16t^2\ ,\ t = 0.5$

26) $s(t) = -16t^2 - 35t + 400\ ,\ t = 3.5$

تمثِّل $h(t)$ في كل مما يأتي مسار جسم متحرك . أوجد السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ للجسم عند أي زمن:

27) $h(t) = 12t^2 - 5$

28) $h(t) = 8 - 2t^2 + 3t$

أوجد ميل مماس منحنى $y = x^2$ عند النقطة $(2, 4)$.

باستخدام النهايات

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي باستعمال النهايات ، ثم احسب قيمة المشتقة عند النقاط المعطاة.

29) $g(t) = -t^2 + 5t + 11\ ,\ t = -4\ ,\ 1$

30) $m(j) = 10j - 3\ ,\ j = 5\ ,\ -3$

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

31) $p(v) = -9v + 14$

32) $z(n) = 4n^2 + 9n$

33) $t(x) = -3\sqrt[5]{x^6}$

34) $g(h) = 4h^{\frac{3}{4}} - 8h^{\frac{1}{2}} + 5$

استعمل قاعدة مشتقة القسمة؛ لإيجاد مشتقة كل دالة مما يأتي:

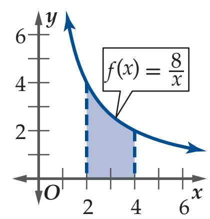
35) $f(m) = \dfrac{5 - 3m}{5 + 2m}$

36) $m(q) = \dfrac{2q^4 - q^2 + 9}{q^2 - 12}$

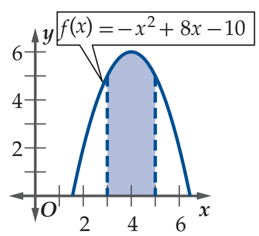
أوجد مشتقة $h(x) = \dfrac{x^2 - 5}{x^3 + 2}$.

قرِّب مساحة المنطقة المظللة تحت منحنى كل دالة مما يأتي باستعمال الأطراف اليمنى و 5 مستطيلات:

(37



(38



استعمل النهايات؛ لتقريب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة والمحور x ، والمعطى بالتكامل المحدد في كل مما يأتي:

(39 $\int^{2} 2x \; dx$

استعمل النهايات لإيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $y = 2x^2$ والمحور x ، في الفترة $[0, 2]$ أو $\int_0^2 2x^2 \, dx$.

أوجد جميع الدوال الأصلية لكل دالة مما يأتي:

(43 $g(n) = 5n - 2$

(44 $r(q) = -3q^2 + 9q - 2$

(45 $m(t) = 6t^3 - 12t^2 + 2t - 11$

(46 $p(h) = 7h^6 + 4h^5 - 12h^3 - 4$

احسب كل تكامل مما يأتي:

(47 $\int 8x^2 \, dx$

(48 $\int (2x^2 - 4) \, dx$

(49 $\int_3^5 (2x^2 - 4 + 5x^3 + 3x^4) \, dx$

(50 $\int_1^4 (-x^2 + 4x - 2x^3 + 5x^5) \, dx$

أوجد جميع الدوال الأصلية لكل دالة مما يأتي:

(a $f(x) = \frac{4}{x^5}$

(b $f(x) = x^2 - 7$

تطبيقات ومسائل

51) حيوانات: يُعطى عدد الحيوانات P في محميَّة طبيعية بالمئات بعد t سنة بالدالة $P(t) = \dfrac{40t^3 + 48t + 100}{5t^3 - 70t - 95}$ ، حيث $t \geq 5$.

a) أوجد العدد التقريبي للحيوانات في المحميَّة بعد 5 سنوات.

b) أوجد $\lim\limits_{t \to \infty} P(t)$ ؟

52) تحف فنية: لدى سلمان تحفة فنية يزداد سعرها كل سنة. افترض أن الدالة $v(t) = \dfrac{800t}{4t + 19}$ تمثِّل سعر التحفة بعد t سنة بمئات الدراهم.

استعمل الـرسم الـبـيـانـي

b) استعمل التمثيل البياني في الفرع لتقريب سعر التحفة عندما $t = 3 , 6 , 10$.

c) استعمل التمثيل البياني في الفرع **a** لحساب $\lim\limits_{t \to \infty} v(t)$.

d) وضِّح العلاقة بين نهاية الدالة وسعر التحفة.

e) بعد 10 سنوات، قدَّم أحد المعارض الفنية عرضًا لشراء التحفة من سلمان بسعر 30000 درهم، هل من الأفضل بيعها بهذا السعر؟ برِّر إجابتك.

53) مبيعات: افترض أن الدالة $v(t) = \dfrac{450}{5 + 25(0.4)^t}$ تمثِّل سعر سلعة ما بالريالات بعد t سنة.

a) أكمل الجدول أدناه:

السنة	0	1	2	3
السعر				

b) استعمل الآلة البيانية لتمثيل الدالة في الفترة $0 \leq t \leq 10$.

c) استعمل التمثِيل البياني لتقدير $\lim\limits_{t \to \infty} v(t)$ إذا كانت موجودة.

d) وضِّح العلاقة بين نهاية الدالة وسعر السلعة.

54) صواريخ: أُطلق صاروخ رأسيًّا إلى أعلى بسرعة 150 ft/s. افترض أن ارتفاع الصاروخ $h(t)$ بالأقدام بعد t ثانية يُعطى بالدالة $h(t) = -16t^2 + 150t + 8.2$.

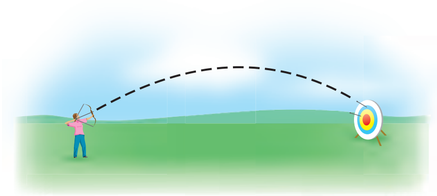
a) أوجد السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ للصاروخ.

b) ما سرعة الصاروخ بعد 1.5 s من إطلاقه؟

c) متى يصل الصاروخ إلى أقصى ارتفاع؟

d) ما أقصى ارتفاع يصل إليه الصاروخ؟

55) رماية: أطلق محمد سهمًا بسرعة 35 ft/s باتجاه هدف. افترض أن ارتفاع السهم h بالأقدام بعد t ثانية من إطلاقه مُعطى بالدالة $h(t) = -16t^2 + 35t + 1.5$.



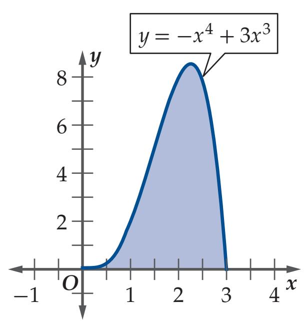
a) اكتب معادلة السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ للسهم .

b) ما سرعة السهم بعد 0.5/s من إطلاقه؟

c) متى يصل السهم إلى أقصى ارتفاع؟

d) ما أقصى ارتفاع يصل إليه السهم؟

56) تصميم: يقوم مصمم ألبسة رياضية بعمل شعار جديد يشبه المنطقة المظللة تحت المنحنى أدناه؛ حيث سيقوم بخياطة هذا الشعار على قمصان لاعبي فريق رياضي ، ما مقدار القماش الذي يحتاج إليه لعمل 50 شعارًا إذا كانت x بالبوصات؟



57) ضفادع: تمثِّل الدالة $v(t) = -32t + 26$ سرعة قفز ضفدع بالأقدام لكل ثانية ، حيث t الزمن بالثواني.

a) أوجد موقع الضفدع $s(t)$ ، على فرض أن $s(t) = 0$ عندما $t = 0$.

b) ما الزمن الذي يستغرقه الضفدع في الهواء عند قفزه؟

58) طيور: سقطت حبة قمح من منقار حمامة تطير على ارتفاع 20 ft ، وتُعطى سرعة سقوط الحبة بالدالة $v(t) = -32t$ ، حيث t الزمن بالثواني، $v(t)$ بالأقدام لكل ثانية.

a) أوجد موقع الحبة $s(t)$ عند أي زمن.

b) أوجد الزمن الذي تستغرقه الحبة حتى تصل إلى سطح الأرض.

اختبار الوحدة

قدّر كل نهاية مما يأتي:

1) $\lim\limits_{x\to 0^+} \sqrt{x+4} - 8$

2) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{x^2-16}{x-4}$

3) $\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{6}{x-7}$

4) $\lim\limits_{x\to \infty} x^3 + 5x^2 - 2x + 21$

5) **إلكترونيات:** يُعطى متوسط تكلفة إنتاج جهاز إلكتروني بالدرهم عند إنتاج x جهاز بالدالة $C(x) = \dfrac{100x + 7105}{x}$.

a) احسب نهاية الدالة عندما تقترب x من المالانهاية.

b) فَسِّر الناتج في الفرع **a**.

احسب كل نهاية مما يأتي باستعمال التعويض المباشر إذا كان ممكنًا، وإلا فاذكر السبب:

6) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x^2}{\sqrt{x-4} - 2}$

7) $\lim\limits_{x\to 9} (2x^3 - 12x + 3)$

8) **نادٍ رياضي:** تُمثّل الدالة $S(t) = \dfrac{2000t^2 + 4}{1 + 10t^2}$ عدد المشتركين في نادٍ رياضي بعد t يوم من افتتاحه.

a) ما عدد المشتركين في البداية؟

b) ما أكبر عدد ممكن لمشتركي النادي؟

احسب كل نهاية مما يأتي (إن وجدت):

9) $\lim\limits_{x\to \infty} (x^2 - 7x + 2)$

10) $\lim\limits_{x\to \infty} (2x^3 - 8x^2 - 5)$

11) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{2x^3 - x - 1}{-x^4 + 7x^3 + 4}$

12) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{\sqrt{25 + x} - 4}{x}$

13) **اختيار من متعدد:** ما قيمة $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{1}{x+3} - \frac{1}{3}}{x}$ ؟

A $-\dfrac{1}{9}$

B 0

C $\dfrac{1}{9}$

D غير موجودة

أوجد ميل مماس منحنى كل دالةٍ مما يأتي عند النقاط المعطاة:

14) $y = x^2 + 2x - 8 \,,\, (-5, 7) \,,\, (-2, -8)$

15) $y = \dfrac{4}{x^3} + 2 \,,\, (-1, -2) \,,\, \left(2, \dfrac{5}{2}\right)$

16) $y = (2x + 1)^2 \,,\, (-3, 25) \,,\, (0, 1)$

أوجد السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ لجسم يُعطى موقعه عند أي زمن بالدالة $h(t)$ في كل مما يأتي:

17) $h(t) = 9t + 3t^2$

18) $h(t) = 10t^2 - 7t^3$

19) $h(t) = 3t^3 - 2 + 4t$

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

20) $f(x) = -3x - 7$

21) $b(c) = 4c^{\frac{1}{2}} - 8c^{\frac{2}{3}} + 5c^{\frac{4}{5}}$

22) $w(y) = 3y^{\frac{4}{3}} + 6y^{\frac{1}{2}}$

23) $g(x) = (x^2 - 4)(2x - 5)$

24) $h(t) = \dfrac{t^3 + 4t^2 + t}{t^2}$

25) **صناعة:** تُعطى التكلفة الحدّية c بالدرهم لإنتاج x كرة قدم يوميًا بالدالة $c(x) = 15 - 0.005x$.

a) أوجد دالة تمثِّل التكلفة الحقيقية .

b) أوجد تكلفة زيادة الإنتاج اليومي من 1500 كرة إلى 2000 كرة.

استعمل النهايات؛ لتقريب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة والمحور x ، والمعطاة بالتكامل المحدد في كل مما يأتي:

26) $\displaystyle\int_1^4 (x^2 - 3x + 4)\, dx$

27) $\displaystyle\int_3^8 10x^4\, dx$

28) $\displaystyle\int_2^5 (7 - 2x + 4x^2)\, dx$

أوجد جميع الدوال الأصلية لكل دالّة مما يأتي:

29) $d(a) = 4a^3 + 9a^2 - 2a + 8$

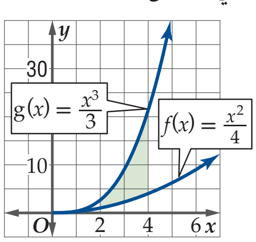
30) $w(z) = \dfrac{3}{4}z^4 + \dfrac{1}{6}z^2 - \dfrac{2}{5}$

احسب كل تكامل مما يأتي:

31) $\displaystyle\int (5x^3 - 6x^2 + 4x - 3)\, dx$

32) $\displaystyle\int_1^4 (x^2 + 4x - 2)\, dx$

33) **مساحات:** ما مساحة المنطقة المحصورة بين منحني $f(x)$ ، $g(x)$ في الفترة $2 \le x \le 4$ في الشكل أدناه؟



A $17\dfrac{5}{12}$ وحدة مساحة

B $17\dfrac{1}{3}$ وحدة مساحة

C $15\dfrac{1}{3}$وحدة مساحة

D 16 وحدة مساحة