

فكرة الدرس : ① أصف مجموعات جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية ② أتعرف الدوال ، وأحسب قيمها ، وأوجد مجالاتها

مفردات الدرس :

الصفة المميزة للمجموعة	تكتب الصفة المميزة بالصيغة $\{x \mid \dots, x \in \dots\}$
رمز الفترة	هو وصف المجموعات الجزئية من الأعداد الحقيقية فيستعمل الرمزان [ أو ] للدلالة على انتماء طرف الفترة إليها ، بينما الرمزان ( أو ) للدلالة على عدم انتماء طرف الفترة إليها أما الرمزان $\infty$ أو $-\infty$ يدلان على أن الفترة غير محددة
الدالة	هي حالة خاصة من العلاقة ( أن يرتبط كل عنصر من المجال بعنصر واحد فقط من المدى ) ويمكن تعريف الدالة على أنها مجموعة من الأزواج المرتبة التي لا يتساوى فيها الإحداثي $x$ لزوجين مختلفين وهندسياً لا يمكن لنقطتين من نقاط الدالة أن تقعا على مستقيم رأسي واحد
رمز الدالة	يرمز لدالة بعدة رموز مثلاً $f(x)$ ، $g(x)$ ، $h(x)$ وتقرأ $f$ الـ $x$ أو $g$ الـ $x$ وهكذا ... وهذا يعني قيمة الدالة $f$ عند $x$ وقيمة $f(x)$ تمثل قيمة $y$ وتكتب $f(x) = y$
المتغير المستقل والتابع	المتغير المستقل هو قيم عناصر المجال $(x)$ ، والمتغير التابع هو قيم عناصر المدى $(y)$
الدالة متعددة التعريف	هي الدالة التي تعرف بقاعدتين أو أكثر وعلى فترات مختلفة

ملاحظات الدرس :

① الأعداد الطبيعية هي  $\{1,2,3,4, \dots\}$  ويرمز لها بالرمز  $N$

② الأعداد الكلية هي جميع الأعداد الطبيعية بالإضافة للصفر ويرمز لها بالرمز  $w$

③ الأعداد الصحيحة هي الأعداد الموجبة والسالبة ( هي الأعداد الكلية ومعكوساتها ) ويرمز لها بالرمز  $Z$

④ الأعداد النسبية هي الأعداد التي يمكن كتابتها على صورة كسر  $\frac{a}{b}$  بحيث أن  $a, b$  عددان صحيحان و  $b \neq 0$  ويرمز لها بالرمز  $Q$

⑤ الأعداد الغير نسبية هي الأعداد التي ليست منتهية وليست دورية ( مثل الجذور الصماء و  $\pi$  ) ويرمز لها بالرمز  $I$

⑥ الأعداد الحقيقية هي الأعداد النسبية والغير نسبية ( جميع الأعداد ) ويرمز لها بالرمز  $R$

⑦ الفترات تنقسم إلى قسمين فترات محدودة ( لها بداية ولها نهاية )

وفترات غير محدودة ( قيمها تزداد أو تنقص بدون حدود ) ويمكن تلخيصها في الجدول التالي :

الفترات الغير محدودة				الفترات المحدودة			
الفترة	المتباينة	الفترة	المتباينة	الفترة	المتباينة	الفترة	المتباينة
$(-\infty, a]$	$x \leq a$	$[a, \infty)$	$x \geq a$	$(a, b)$	$a < x < b$	$[a, b]$	$a \leq x \leq b$
$(-\infty, a)$	$x < a$	$(a, \infty)$	$x > a$	$(a, b]$	$a < x \leq b$	$[a, b)$	$a \leq x < b$
$(-\infty, \infty)$ تمثل مجموعة الأعداد الحقيقية			$-\infty < x < \infty$				

8) العلاقة هي قاعدة تربط عناصر المجال مع عناصر المدى وهناك أربع طرق لتمثيل العلاقة وهي :

a) لفضياً : جملة تصف كيفية ارتباط عناصر المجال بعناصر المدى

b) عددياً : يكون على شكل جدول من القيم أو مخطط سهمي أو مجموعة من الأزواج المرتبة تربط عنصر من المجال بعنصر من المدى

c) بيانياً : تحديد نقاط في المستوى الإحداثي تمثل الأزواج المرتبة

d) جبرياً : هي معادلة جبرية تربط بين الإحداثيين  $x, y$  لكل زوج من الأزواج المرتبة

9) مجال الدالة الكسرية : هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا أصفار المقام ( لا يمكن أن يكون المقام صفر )

مجال الجذرية : هو مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي أصفار ما داخل الجذر (لا يوجد حل حقيقي للجذر التربيعي لعدد سالب )

ضلل على الدائرة (✓) إذا كانت الإجابة صحيحة أو على الدائرة (✗) إذا كانت الإجابة خاطئة فيما يلي :

1	تكون الفترة محدود إذا كانت قيمها تزداد أو تنقص دون توقف	✓	✗
2	المجموعة $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ يمكن كتابتها على شكل فترة	✓	✗
3	الرمز $\infty$ ينتمي لمجموعة الأعداد الحقيقية	✓	✗
4	في الدوال يمكن أن ترتبط قيمة واحدة ل $y$ بأكثر من قيمة ل $x$	✓	✗
5	إذا قطع الخط الرأسي التمثيل البياني في أكثر من نقطة فإن العلاقة ليست دالة	✓	✗
6	مجال الدالة الكسرية عبارة عن مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا أصفار المقام	✓	✗
7	مضاعفات العدد 8 يمكن كتابتها بالصيغة المميزة على الشكل $\{x \mid x = 8n, n \in Z\}$	✓	✗
8	إذا كانت العلاقة متماثلة حول محور $X$ وحول محور $Y$ وحول نقطة الأصل في نفس الوقت فإنها دالة	✓	✗
9	في أي علاقة إذا تساوى الإحداثي $x$ لزوجين مختلفين فإنها تمثل دالة	✓	✗
10	كل دالة تمثل علاقة	✓	✗

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

1	اكتب مجموعة الأعداد $\{2, 4, 6, 8, \dots\}$ بالصيغة المميزة	(a) $\{x \mid x = 2n, n \in N\}$ (b) $\{x \mid x = 2n, n \in Q\}$ (c) $\{x \mid x = 2n, n \in R\}$ (d) $\{x \mid x = n, n \in N\}$
2	اكتب مجموعة الأعداد $\{2, 4, 6, 8, \dots\}$ على شكل فترة	(a) $[2, 8]$ (b) $(2, \infty)$ (c) $[2, \infty)$ (d) لا يمكن كتابتها
3	اكتب مجموعة الأعداد $-2 \leq x < 7$ بالصيغة المميزة	(a) $\{x \mid -2 < x \leq 7, x \in I\}$ (b) $\{x \mid -2 \leq x < 7, x \in R\}$ (c) $\{x \mid -2 < x \leq 7, x \in W\}$ (d) $\{x \mid -2 < x \leq 7, x \in R\}$
4	اكتب مجموعة الأعداد $x > 10$ على شكل فترة	(a) $(-\infty, 10)$ (b) $[10, \infty)$ (c) $[10, \infty)$ (d) $(10, \infty)$
5	اكتب مجموعة الأعداد $2 > x$ على شكل فترة	(a) $(-\infty, 2)$ (b) $[2, \infty)$ (c) $[2, \infty)$ (d) $(2, \infty)$
6	العلاقة التي تمثل دالة هي :	(a) $(x+y)^2 = 4$ (b) $y^2 = 2x$ (c) $xy = x^2$ (d) $\frac{x}{y} = y+6$

	(d)				<p>الرسم البياني الذي لا يمثل دالة هو :</p> <p>7</p>
<p>إذا كانت <math>f(x) = x^2 - 2x - 8</math> فأوجد <math>f(4)</math></p> <p>8</p> <p>(a) 32 (b) 16 (c) 0 (d) -8</p>					
<p>إذا كانت <math>f(x) = x^2 - 2x - 8</math> فأوجد <math>f(2a-1)</math></p> <p>9</p> <p>(a) <math>4a^2 - 8a - 5</math> (b) <math>4a^2 - 6a - 5</math> (c) <math>4a^2 - 8a + 5</math> (d) <math>2a^2 - 8a - 5</math></p>					
<p>إذا كانت <math>h(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x+1}}</math> فأوجد <math>h(3)</math></p> <p>10</p> <p>(a) 1 (b) -1 (c) <math>\frac{1}{2}</math> (d) 2</p>					
<p>حدد مجال الدالة <math>g(x) = \sqrt{4x - 16}</math></p> <p>11</p> <p>(a) <math>(-\infty, 4]</math> (b) <math>(-\infty, -4]</math> (c) <math>[4, \infty)</math> (d) <math>(-\infty, \infty)</math></p>					
<p>حدد مجال الدالة <math>g(x) = \frac{x+7}{2x+8}</math></p> <p>12</p> <p>(a) <math>\{x   x \neq -4, x \in R\}</math> (b) <math>\{x   x \neq 8, x \in R\}</math> (c) <math>\{x   x \neq 2, x \in R\}</math> (d) <math>\{x   x \neq 4, x \in R\}</math></p>					
<p>حدد مجال الدالة <math>k(x) = \frac{x-5}{\sqrt{2x-3}}</math></p> <p>13</p> <p>(a) <math>\{x   x &gt; \frac{3}{2}, x \in R\}</math> (b) <math>\{x   x &lt; \frac{3}{2}, x \in R\}</math> (c) <math>\{x   x \geq \frac{3}{2}, x \in R\}</math> (d) <math>\{x   x \leq \frac{3}{2}, x \in R\}</math></p>					
<p>حدد مجال الدالة <math>f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{3x-12}</math></p> <p>14</p> <p>(a) <math>\{x   x &gt; 1, x \neq 4, x \in R\}</math> (b) <math>\{x   x &lt; 1, x \neq 4, x \in R\}</math> (c) <math>\{x   x \geq 1, x \neq 4, x \in R\}</math> (d) <math>\{x   x \leq 1, x \in R\}</math></p>					
<p>حدد مجال الدالة <math>g(x) = \frac{x-8}{x^2-3x-40}</math></p> <p>15</p> <p>(a) <math>(-\infty, 5) \cup (5, 8) \cup (8, \infty)</math> (b) <math>(-\infty, -5) \cup (-5, 8) \cup (8, \infty)</math> (c) <math>(-\infty, -5) \cup (8, \infty)</math> (d) <math>(-\infty, -5) \cup (-5, 8)</math></p>					
<p>حدد مجال الدالة <math>f(t) = \frac{3t^2}{t^2-1}</math></p> <p>16</p> <p>(a) <math>\{t   t \neq -1, 1, t \in R\}</math> (b) <math>\{t   t \in R\}</math> (c) <math>\{t   t \neq -1, t \in R\}</math> (d) <math>\{t   t \neq 1, t \in R\}</math></p>					
<p>إذا كانت <math>f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, &amp; x \leq 2 \\ 6, &amp; 2 &lt; x \leq 8 \\ x - 1, &amp; x &gt; 8 \end{cases}</math> أوجد <math>f(7)</math></p> <p>17</p> <p>(a) 51 (b) 7 (c) 6 (d) 5</p>					

## 2-1 تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

- فكرة الدرس : ① استعمل التمثيل البياني لتقدير قيم الدالة وإيجاد مجالها ومداهها ومقطعها  $y$  وأصفارها  
 ② أستكشف تماثل منحنيات الدوال وأحدد الدوال الزوجية والدوال الفردية

### مفردات الدرس

الأصفار	هي نقاط تقاطع المنحنى مع محور $X$
الجزور	هي حلول المعادلة المرافقة للدالة
التماثل حول مستقيم	هو المستقيم الذي يمكن طي الشكل حوله لينطبق نصف المنحنى تماماً
التماثل حول نقطة	هي النقطة التي يمكن تدوير المنحنى حولها بزاوية $180^\circ$ ولا يتغير الشكل
الدالة الزوجية	هي الدالة المتماثلة حول محور $y$ وتحقق الشرط $f(-x) = f(x)$ لكل $x$ في المجال
الدالة الفردية	هي الدالة المتماثلة حول نقطة الأصل وتحقق الشرط $f(-x) = -f(x)$ لكل $x$ في المجال

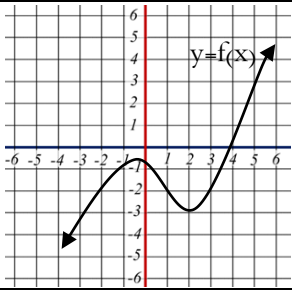
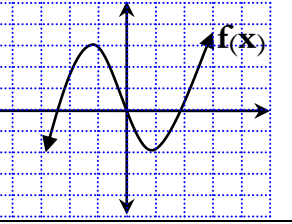
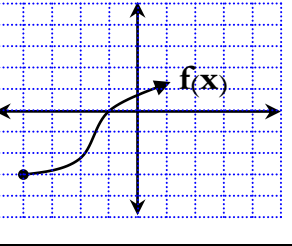
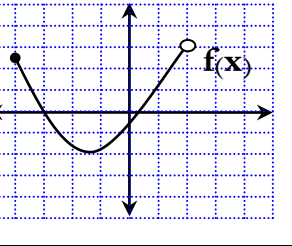
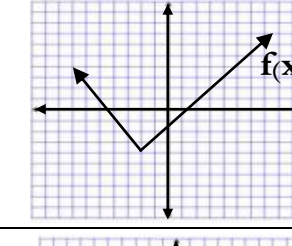
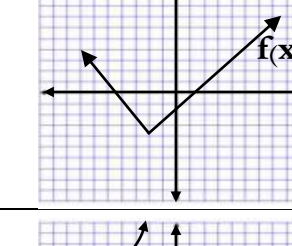
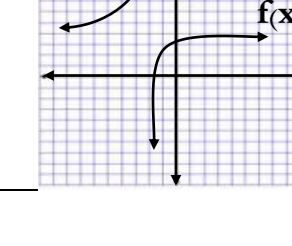
### ملاحظات الدرس :

- ① مجال الدالة هو عبارته عن القيم على محور  $X$  ومداه على محور  $Y$
- ② طريقة إيجاد أصفار الدالة (مقطع  $X$ ) نضع  $y=0$  ثم نحل المعادلة ويمكن كتابة مقطع  $x$  على صورة زوج مرتب  $(x, 0)$
- ③ طريقة إيجاد مقطع  $y$  نضع  $x=0$  ويمكن كتابة مقطع  $x$  على صورة زوج مرتب  $(0, y)$
- ④ يكون تمثيل العلاقة البياني متماثلاً حول محور  $x$  إذا وفقط إذا كانت النقطة  $(x, y)$  واقعة على التمثيل البياني فإن النقطة  $(x, -y)$  تقع عليه أيضاً (بمعنى إذا كان التمثيل متماثل حول  $x$  إشارة  $y$  تتغير)
- ⑤ يكون تمثيل العلاقة البياني متماثلاً حول محور  $y$  إذا وفقط إذا كانت النقطة  $(x, y)$  واقعة على التمثيل البياني فإن النقطة  $(-x, y)$  تقع عليه أيضاً (بمعنى إذا كان التمثيل متماثل حول  $y$  إشارة  $x$  تتغير)
- ⑥ يكون تمثيل العلاقة البياني متماثلاً حول نقطة الأصل إذا وفقط إذا كانت النقطة  $(x, y)$  واقعة على التمثيل البياني فإن النقطة  $(-x, -y)$  تقع عليه أيضاً (بمعنى إذا كان التمثيل متماثل حول نقطة الأصل إشارة  $x, y$  تتغير معاً)
- ⑦ قد تظهر لك بعض التمثيلات البيانية تماثلاً والحقيقة غير ذلك لذا عليك التأكد من التماثل جبرياً في كل مرة

ضلل على الدائرة (✓) إذا كانت الإجابة صحيحة أو على الدائرة (✗) إذا كانت الإجابة خاطئة فيما يلي :

1	عند إيجاد مقطع $y$ نضع $x=0$	✓	✗
2	إذا كانت الدالة متماثلة حول محور $x$ فإنها زوجية	✓	✗
3	إذا كانت العلاقة متماثلة حول محور $x$ وحول محور $y$ وحول نقطة الأصل في نفس الوقت فإنها زوجية وفردية في نفس الوقت	✓	✗
4	إذا كانت العلاقة متماثلة حول محور $x$ فإنها دالة	✓	✗
5	لا يمكن أن يكون للتمثيل البياني للدالة الواحدة أكثر من نوع تماثل	✓	✗
6	إذا كان التمثيل البياني لعلاقة ما متماثل حول محور $y$ وكانت النقطة $(4, -2)$ تقع على المنحنى فإن النقطة $(-4, -2)$ تقع عليه أيضاً	✓	✗
7	أي تمثيل بياني لا بد له من مقطع $y$	✓	✗
8	أي دالة فردية لا بد لها من مقطع $y$ وكذلك اصفار للدالة	✓	✗

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

	<p>1 أستخدم التمثيل البياني لتقدير قيمة <math>f(2)</math></p> <p>(a) 2 (b) 3 (c) -3 (d) 0</p>
	<p>2 أوجد مجال للدالة <math>f</math> باستخدام التمثيل البياني المقابل</p> <p>(a) <math>\{x   x \geq -2, x \in R\}</math> (b) <math>\{x   x \in R\}</math></p> <p>(c) <math>\{x   x \geq -5, x \in R\}</math> (d) <math>\{x   x &gt; 2, x \in R\}</math></p>
	<p>3 أوجد المجال للدالة <math>f(x)</math> باستخدام التمثيل البياني المقابل</p> <p>(a) <math>\{x   x \geq -4, x \in R\}</math> (b) <math>\{x   x \in R\}</math></p> <p>(c) <math>\{x   x &gt; -4, x \in R\}</math> (d) <math>\{x   x \leq 3, x \in R\}</math></p>
	<p>4 أوجد المجال للدالة <math>f(x)</math> باستخدام التمثيل البياني المقابل</p> <p>(a) <math>\{x   x \geq -4, x \in R\}</math> (b) <math>\{x   -4 \leq x \leq 2, x \in R\}</math></p> <p>(c) <math>\{x   -4 \leq x &lt; 2, x \in R\}</math> (d) <math>\{x   0 \leq x \leq 4, x \in R\}</math></p>
	<p>5 أوجد المجال للدالة <math>f(x)</math> باستخدام التمثيل البياني المقابل</p> <p>(a) <math>\{x   x \geq -4, x \in R\}</math> (b) <math>\{x   x \in R\}</math></p> <p>(c) <math>\{x   y \leq 4, x \in R\}</math> (d) <math>\{x   x \leq -4, x \in R\}</math></p>
	<p>6 أوجد المدى للدالة <math>f(x)</math> باستخدام التمثيل البياني المقابل :</p> <p>(a) <math>\{y   y \geq -4, y \in R\}</math> (b) <math>\{y   y \in R\}</math></p> <p>(c) <math>\{y   y \leq 4, y \in R\}</math> (d) <math>\{y   y \leq -4, y \in R\}</math></p>
	<p>7 أوجد المدى للدالة <math>f(x)</math> باستخدام التمثيل البياني المقابل :</p> <p>(a) <math>\{y   y \neq -4, y \in R\}</math> (b) <math>\{y   y \in R\}</math></p> <p>(c) <math>\{y   y \neq 4, y \in R\}</math> (d) <math>\{y   y \neq -2, y \in R\}</math></p>
<p>8 الدالة الفردية تكون متماثلة حول :</p> <p>(a) محور X (b) محور Y (c) نقطة الأصل (d) ليس لها تماثل</p>	

	<p>أوجد المدى للدالة <math>f(x)</math> باستعمال التمثيل البياني المقابل :</p> <p>(a) <math>\{y   y &gt; -5, y \in R\}</math> (b) <math>\{y   y &gt; -3, y \in R\}</math> (c) <math>\{y   y \geq -5, y \in R\}</math> (d) <math>\{y   y \leq -3, y \in R\}</math></p>	9
	<p>استعمل التمثيل البياني لإيجاد قيمة تقريبية للمقطع <math>y</math></p> <p>(a) 4 (b) -1 (c) -2 (d) -6</p>	10
	<p>استعمل التمثيل البياني لإيجاد قيمة تقريبية لأصفار الدالة <math>f(x)</math></p> <p>(a) -6 (b) -3 (c) -1 (d) 6</p>	11
<p>أوجد قيمة للمقطع <math>y</math> للدالة <math>f(x) = 3x^3 + 5x^2 - 5x + 7</math></p> <p>(a) 7 (b) 5 (c) -5 (d) 3</p>		12
<p>أوجد أصفار الدالة <math>f(x) = \sqrt{12x - 3}</math></p> <p>(a) <math>\frac{1}{2}</math> (b) <math>\frac{1}{3}</math> (c) <math>\frac{1}{4}</math> (d) <math>\frac{1}{5}</math></p>		13
	<p>حدد نوع التماثل للعلاقة المبينه في الشكل التالية :</p> <p>(a) حول محور X (b) حول محور Y (c) حول نقطة الأصل (d) جميع ما سبق صحيح</p>	14
<p>العلاقة التي تكون متماثلة حول نقطة الأصل هي :</p> <p>(a) <math>y = x + 5</math> (b) <math>y^2 + 3x = 7</math> (c) <math>xy = -6</math> (d) <math>x^2 - 4 = 3y</math></p>		15
<p>العلاقة التي تكون متماثلة حول محور <math>y</math> هي :</p> <p>(a) <math>y = x^4 - 8x^2</math> (b) <math>y^2 + 3x = 7</math> (c) <math>y = \frac{x^3}{4}</math> (d) <math>x = -y</math></p>		16
<p>إذا كان منحنى العلاقة متماثل حول محور <math>y</math> وكانت النقطة <math>(5, -3)</math> تقع عليه فإن إحدى النقاط التالية تقع على المنحنى :</p> <p>(a) <math>(5, -3)</math> (b) <math>(3, 5)</math> (c) <math>(3, -5)</math> (d) <math>(-3, -5)</math></p>		17
<p>إذا كان منحنى العلاقة متماثل حول محور <math>X</math> وكانت النقطة <math>(5, -3)</math> تقع عليه فإن إحدى النقاط التالية تقع على المنحنى :</p> <p>(a) <math>(5, -3)</math> (b) <math>(3, 5)</math> (c) <math>(3, -5)</math> (d) <math>(-3, -5)</math></p>		18
	<p>نوع الدالة الممثلة في الشكل المقابل :</p> <p>(a) زوجية (b) فردية (c) زوجية وفردية في نفس الوقت (d) ليس زوجية وليست فردية</p>	19

### 3-1 الاتصال وسلوك طرفي التمثيل البياني والنهايات

فكرة الدرس :

- ① أستعمل النهايات للتحقق من اتصال دالة ، وأطبق نظرية القيمة المتوسطة على الدوال المتصلة
- ② أستعمل النهايات لوصف سلوك طرفي التمثيل البياني لدالة

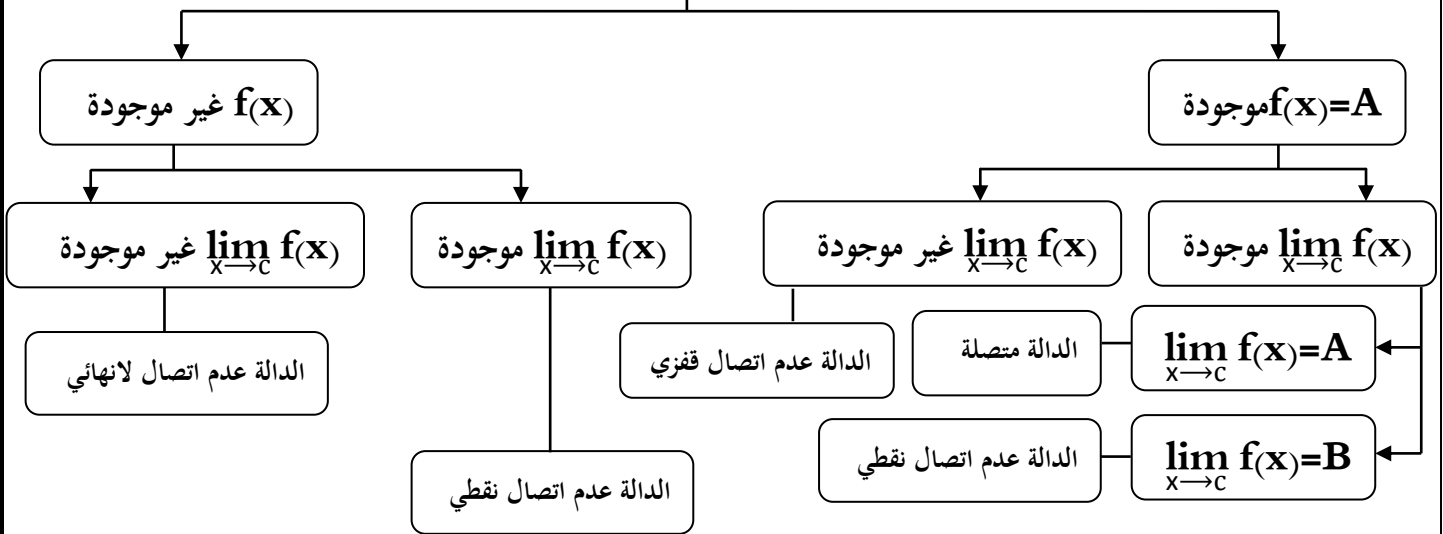
مفردات الدرس

الدالة المتصلة	تكون الدالة متصلة إذا لم يكن في تمثيلها البياني أي انقطاع أو قفزه وعليه يمكنك تتبع مسار المنحنى دون أن ترفع القلم عنه
النهاية	هو اقتراب قيم الدالة من قيمة دون الحاجة إلى الوصول إلى تلك القيمة ويرمز لها بالرمز $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$
الدالة غير المتصلة	هي الدالة التي حصل لتمثيلها البياني انقطاع
عدم الاتصال اللانهائي	للدالة عدم اتصال لانهاضي عند $x=c$ إذا تزايدت قيم الدالة أو تناقصت بلا حدود عندما تقترب $x$ من اليمين أو اليسار
عدم الاتصال القفزي	للدالة عدم اتصال القفزي عند $x=c$ إذا كانت نهاية الدالة عندما تقترب $x$ من $c$ من اليمين ومن اليسار موجودتين ولكنهما غير متساوية
عدم الاتصال النقطي	للدالة عدم اتصال النقطي عند $x=c$ إذا كانت نهاية الدالة عندما تقترب $x$ من $c$ موجودة ولا تساوي قيمة الدالة عند $x=c$ ويشار إليها بدائرة صغيرة
عدم الاتصال القابل للإزالة	هي الدالة التي تكون عدم اتصال نقطياً
عدم الاتصال غير القابل للإزالة	هي الدالة التي تكون عدم اتصال لانهاضي أو قفزي
سلوك طرفي التمثيل البياني	هو وصف لطرفي الدالة عندما تزداد قيم $x$ أو تنقص بلا حدود أي عندما تقترب من $\infty$ أو $-\infty$

ملاحظات الدرس :

الاتصال

①



② تكون الدالة  $f(x)$  متصلة عند  $x=c$  إذا توفر ثلاث شروط :

(a)  $f(x)$  معرفة عند  $c$  بمعنى  $f(c)$  موجودة (b) النهاية موجودة  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$  (c) النهاية موجودة  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$  (الصورة)

③ تقرأ العبارة  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  نهاية  $f(x)$  عندما تقترب  $x$  من موجب ما لانهاية

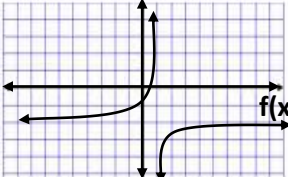
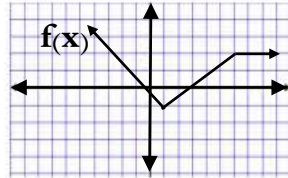
④ نظرية القيمة المتوسطة تنص على إذا كانت  $f(x)$  دالة متصلة وكانت  $a < b$  ووجدت قيمة  $n$  بين  $f(a)$  و  $f(b)$  فإنه

يوجد عدد  $c$  بين  $a$  و  $b$  بحيث  $f(c) = n$

ضلل على الدائرة (✓) إذا كانت الإجابة صحيحة أو على الدائرة (✗) إذا كانت الإجابة خاطئة فيما يلي :

✗ ✓	1	تعني الدوائر المفتوحة في التمثيل البياني أن النقطة تنتمي إلى الدالة
✗ ✓	2	إن وجود قيمة للدالة $f(x)$ عند $x=c$ أو عدم وجودها يؤثر في وجود نهاية للدالة عندما تقترب $x$ من $c$
✗ ✓	3	إذا كانت الدالة عدم اتصال قفزي فإنها تكون عدم اتصال غير قابل للإزالة
✗ ✓	4	إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة وكان $f(a)$ و $f(b)$ مختلفتين في الإشارة فإنه يوجد عدد واحد على الأقل $c$ بين $a$ و $b$ بحيث $f(c)=0$
✗ ✓	5	الدالة $f(x)=\sqrt{x^2-4}$ تكون متصلة عند $x=-5$
✗ ✓	6	إذا كانت الدالة $h(x)=\frac{x(x-6)}{x^3}$ فإن عند النقطة $x=0$ عدم اتصال نقطي

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

	1	الدالة التي تكون متصلة عند $x=3$ هي :
		(a) $f(x) = \frac{x^2+4}{x-3}$ (b) $k(x) = \sqrt{x-5}$ (c) $g(x) = \begin{cases} 4x-1, & x \leq 3 \\ -x+2, & x > 3 \end{cases}$ (d) $h(x) = \begin{cases} 5x-8, & x \leq 3 \\ 2x+1, & x > 3 \end{cases}$
	2	تكون الدالة $L(x) = \frac{1}{x-1}$ عند النقطة $x=1$ : (a) عدم اتصال قفزي (b) عدم اتصال نقطي (c) عدم اتصال لا نهائي (d) متصلة
	3	أوجد قيمة $a$ للدالة $f(x) = \begin{cases} 2x-2, & x < 2 \\ 4x-a, & x \geq 2 \end{cases}$ لكي تكون الدالة متصلة عند $x=2$ (a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 8
	4	حدد الأعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها الأصفار الحقيقية للدالة $f(x) = x^2 - x - \frac{3}{4}$ في الفترة $[-2, 3]$ (a) $[-2, -1]$ (b) $[-1, 0]$ (c) $[0, 1]$ (d) $[2, 3]$
	5	حدد الأعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها الأصفار الحقيقية للدالة $f(x) = x^3 + 2x + 5$ في الفترة $[-2, 2]$ (a) $[-2, -1]$ (b) $[-1, 0]$ (c) $[0, 1]$ (d) $[1, 2]$
	6	إذا كانت $f(x) = \frac{4x^2+11x-3}{x^2+3x-18}$ أوجد $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ (a) 0 (b) 4 (c) $\infty$ (d) $-\infty$
	7	أوجد $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  (a) 0 (b) -2 (c) -1 (d) $-\infty$
	8	دالة تماثل الطاقة هي $E = \frac{x^2+y^2}{2}$ فإذا كانت $y$ ثابتة فماذا يحدث لقيم دالة تماثل الطاقة عندما تتناقص قيم $x$ ؟ (a) $\lim_{x \rightarrow \infty} E = -\infty$ (b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} E = -\infty$ (c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} E = \infty$ (d) $\lim_{x \rightarrow \infty} E = \infty$
	9	في أي الفترات الآتية يقع صفر الدالة $g(x) = \sqrt{x^2-6} - 10$ (a) $[7, 8]$ (b) $[8, 9]$ (c) $[9, 10]$ (d) $[10, 11]$
	10	صف سلوك الدالة $f(x)$ عندما $x \rightarrow \infty$  (a) 6 (b) 2 (c) $\infty$ (d) $-\infty$



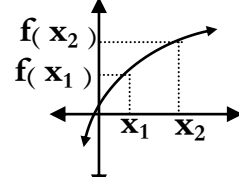
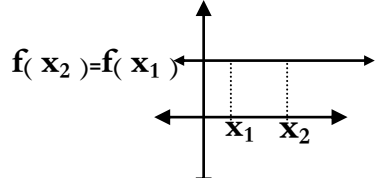
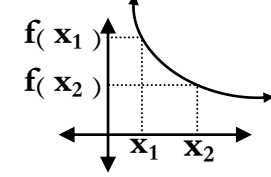
#### 4-1 القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

فكرة الدرس : (1) أحدد الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة ، ثابتة ، متناقصة وأحدد القيم العظمى والصغرى لها  
(2) أجد متوسط معدل التغير للدالة

مفردات الدرس :

المتزايدة	تكون الدالة $f$ متزايدة على فترة ما إذا وفقط إذا زادت قيم $f(x)$ كلما زادت قيم $x$ في الفترة
المتناقصة	تكون الدالة $f$ متناقصة على فترة ما إذا وفقط إذا تناقصت قيم $f(x)$ كلما زادت قيم $x$ في الفترة
الثابتة	تكون الدالة $f$ ثابتة على فترة ما إذا وفقط إذا لم تتغير قيم $f(x)$ كلما زادت قيم $x$ في الفترة
النقطة الحرجة	هي النقطة التي يتغير عندها سلوك الدالة من تزايد إلى تناقص أو العكس ( قمه أو قاع في المنحنى )
العظمى المحلية	هي القيمة التي تكون عند النقطة الحرجة عندما يتغير سلوك المنحنى من تزايد إلى تناقص ( $\wedge$ )
الصغرى المحلية	هي القيمة التي تكون عند النقطة الحرجة عندما يتغير سلوك المنحنى من تناقص إلى تزايد ( $\vee$ )
العظمى المطلقة	توجد القيمة العظمى المطلقة عند القيمة العظمى المحلية بحيث تكون أكبر قيمة للدالة على مجالها
الصغرى المطلقة	توجد القيمة الصغرى المطلقة عند القيمة الصغرى المحلية بحيث تكون أصغر قيمة للدالة على مجالها
القصوى	هي عبارة عن القيم العظمى والقيم الصغرى
متوسط معدل التغير	متوسط معدل تغير الدالة بين نقطتين هو عبارة عن ميل المستقيم المار بين هاتين النقطتين

ملاحظات الدرس :

	تكون الدالة تزايدية على الفترة $(x_1, x_2)$ إذا كان $x_1 < x_2$ فإن $f(x_1) < f(x_2)$
	تكون الدالة ثابتة على الفترة $(x_1, x_2)$ إذا كان $x_1 < x_2$ فإن $f(x_1) = f(x_2)$
	تكون الدالة تناقصية على الفترة $(x_1, x_2)$ إذا كان $x_1 < x_2$ فإن $f(x_1) > f(x_2)$

(2) تكتب فترات التزايد أو التناقص أو الثابت على الشكل (a , b)

(3) ترتبط القيم القصوى المحلية بفترة وقد تجد أن للدالة أكثر من قيمة صغرى أو عظمى محلية لكن القيم القصوى المطلقة لا ترتبط بفترة بل على المجال كله ويوجد للدالة على الأكثر قيمة صغرى مطلقة واحدة وقيمة عظمى مطلقة واحدة

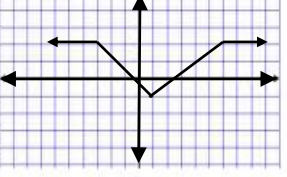
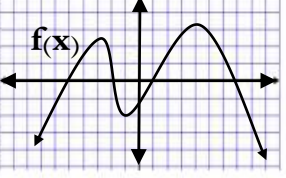
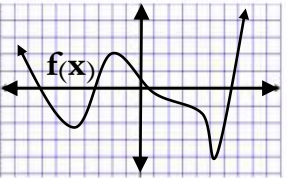
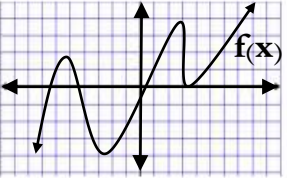
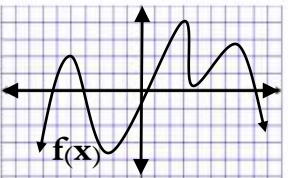
(4) يمكن حساب معدل التغير بين النقطتين  $(x_1, f(x_1))$  ،  $(x_2, f(x_2))$

$$m_{\text{sec}} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

ضلل على الدائرة (✓) إذا كانت الإجابة صحيحة أو على الدائرة (✗) إذا كانت الإجابة خاطئة فيما يلي :

✗ ✓	يمكن كتابة فترات التزايد أو التناقص أو الثابتة على الشكل $[a, b]$	1
✗ ✓	لا يمكن وصف الدالة عند النقطة الحرجة بأنها متزايدة أو متناقصة	2
✗ ✓	يوجد للدالة أكثر من قيمة عظمى أو صغرى مطلقة على مجالها	3
✗ ✓	إذا كان متوسط معدل التغير على فترة موجبة فإن الدالة تكون متزايدة على الفترة	4
✗ ✓	إذا كانت $t_1 < t_2$ و $f(t_1) = f(t_2)$ فإن الدالة تزايدية على الفترة $(t_1, t_2)$	5
✗ ✓	الدالة الخطية تتكون من فترتين تزايدية وفترة تناقصية	6

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

	تكون الدالة الممثلة بالشكل تزايدية على الفترة	1
(a) $(-\infty, -3)$ (b) $(-3, 1)$ (c) $(1, 6)$ (d) $(6, \infty)$		
	حدد القيمة الصغرى المحلية للدالة $f(x)$	2
(a) $(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$ (b) $(-1, -2)$ (c) $(4, 3)$ (d) $(-2, -1)$		
	حدد القيمة العظمى المحلية للدالة $f(x)$	3
(a) $(3, -1)$ (b) $(5, -3)$ (c) $(-2, 2)$ (d) $(-5, -2)$		
	عدد النقاط الحرجة للدالة $f(x)$	4
(a) نقطة واحدة (b) نقطتان (c) ثلاث نقاط (d) أربع نقاط		
	حدد القيمة العظمى المطلقة للدالة $f(x)$	5
(a) $(3.5, 0.5)$ (b) $(3, 4)$ (c) $(-2.5, -3.5)$ (d) $(-5, 2)$		
أوجد متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$ على الفترة $[-3, -1]$		6
(a) 10 (b) 11 (c) 12 (d) 13		
أوجد القيمة العظمى المطلقة للدالة $f(x) = x^2 + 6x + 10$		7
(a) $(-3, 1)$ (b) $(3, -1)$ (c) $(-3, -1)$ (d) لا يوجد		
إذا كانت $f(-2) = 6$ ، $f(3) = 16$ أوجد متوسط معدل التغير للدالة $f(x)$ على الفترة $[-2, 3]$		8
(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5		

فكرة الدرس :

① أقوم بتعيين الدوال الرئيسية ( الأم ) وأصفها وأمثلها بيانياً ② أقوم بتعيين التحويلات الهندسية للدوال الرئيسية وأمثلها بيانياً

مفردات الدرس :

① الدالة الثابتة (ترسم على شكل خط مستقيم موازي لمحور x)

صيغتها  $f(x)=c$  حيث أن  $c$  عدد حقيقي

المجال  $D=R$  ، المدى  $R=\{c\}$

المقاطع : مع  $X$  لا يوجد إلا إذا كانت  $c=0$  عدد لانهائي من

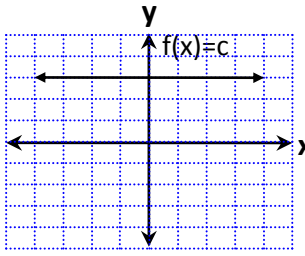
النقاط ، مع  $y$  النقطة  $(0,c)$

التمائل : حول محور  $y$  (زوجية)

الاتصال : متصلة على مجالها

سلوك الدالة :  $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = c$

التزايد والتناقص : ثابتة على مجالها



② الدالة المحايدة

صيغتها  $f(x)=x$

المجال  $D=R$  ، المدى  $R=R$

المقاطع : مع  $X$   $(0,0)$  وكذلك مع محور  $y$

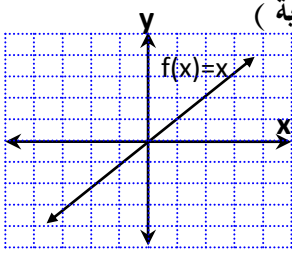
التمائل : حول نقطة الأصل (فردية)

الاتصال : متصلة على مجالها

سلوك الدالة :  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

التزايد والتناقص : متزايدة على مجالها



③ الدالة التربيعية صيغتها  $f(x)=x^2$

المجال  $D=R$  ، المدى  $R=[0, \infty)$

المقاطع : مع  $X$   $(0,0)$  وكذلك مع محور  $y$

التمائل : حول محور  $y$  (زوجية)

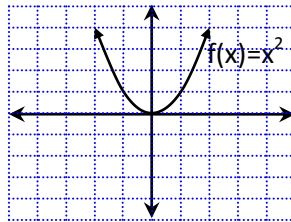
الاتصال : متصلة على مجالها

سلوك الدالة :  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$

التزايد والتناقص :

متناقصة على الفترة  $(-\infty, 0)$  ومتزايدة على الفترة  $(0, \infty)$



④ الدالة التكعيبية صيغتها  $f(x)=x^3$

المجال  $D=R$  ، المدى  $R=R$

المقاطع : مع  $X$   $(0,0)$  وكذلك مع محور  $y$

التمائل : حول نقطة الأصل (فردية)

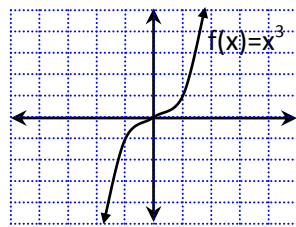
الاتصال : متصلة على مجالها

سلوك الدالة :  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

التزايد والتناقص :

متزايدة على مجالها



⑤ دالة الجذر التربيعي  $f(x) = \sqrt{x}$

المجال  $D = [0, \infty)$  ، المدى  $R = [0, \infty)$

المقاطع : مع  $X$   $(0,0)$  وكذلك مع محور  $y$

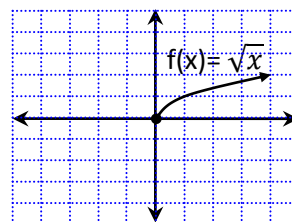
التمائل : غير متماثلة (ليست زوجية ولا فردية)

الاتصال : متصلة على مجالها

سلوك الدالة :  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

التزايد والتناقص :

تزايدية على مجالها  $(0, \infty)$



⑥ دالة المقلوب  $f(x) = \frac{1}{x}$

المجال  $D = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

المدى  $R = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

المقاطع : مع  $X$  و  $y$  لا يوجد

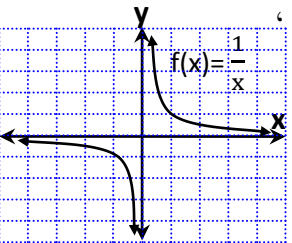
التمائل : حول نقطة الأصل (فردية)

الاتصال :

متصلة على مجالها وعدم اتصال لانهائي عند  $x=0$

سلوك الدالة :  $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = 0$

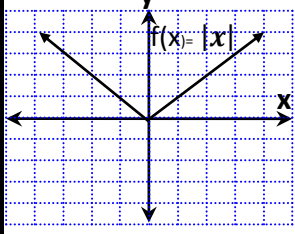
التزايد والتناقص : متناقصة  $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$  على مجالها



⑧ دالة القيمة المطلقة  $f(x) = |x|$

المجال  $D=R$  ، المدى  $R=[0, \infty)$

المقاطع : مع  $X(0,0)$  وكذلك مع محور  $y$



التماثل : حول محور  $y$  (زوجية)

الاتصال : متصلة على مجالها

سلوك الدالة :  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$

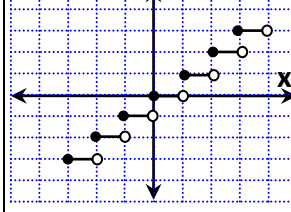
التزايد والتناقص :

متناقصة على الفترة  $(-\infty, 0)$  ومتزايدة على الفترة  $(0, \infty)$

⑦ دالة أكبر عدد صحيح  $f(x) = \llbracket x \rrbracket$

المجال  $D=R$  ، المدى  $R=Z$

المقاطع : مع محور  $X$  مجموعة النقاط  $0 \leq x < 1$



مع محور  $y$  النقطة  $(0,0)$

التماثل : غير متماثلة (لا زوجية ولا فردية)

الاتصال : متصلة على مجالها

ما عدا عند  $x \in Z$  عدم اتصال قفزي

سلوك الدالة :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  ،  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

التزايد والتناقص : ثابتة عند  $x \notin Z$  ومتزايدة عند  $x \in Z$

التحويل الهندسي هي التحويلات التي تغير موقع المنحنى فقط ولا تغير أبعاده أو شكله

الإزاحة (الانسحاب) هي أحد التحويلات القياسية التي تنقل منحنى الدالة على محور  $X$  أو محور  $y$

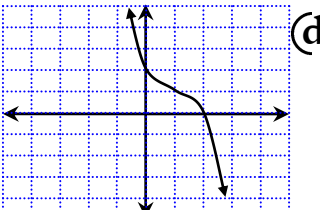
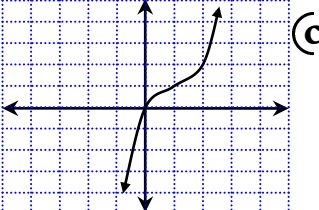
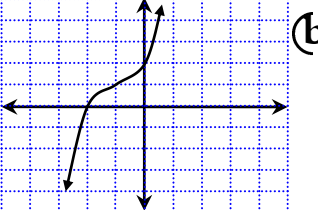
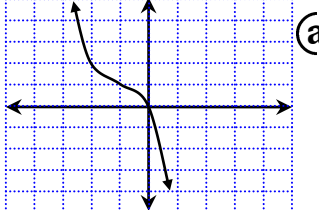
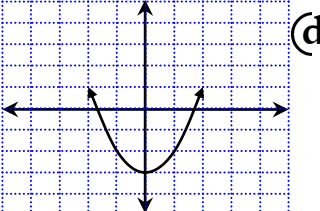
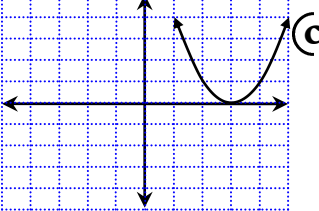
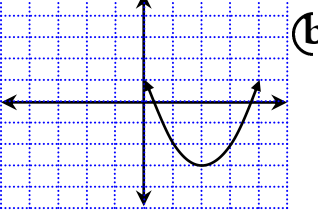
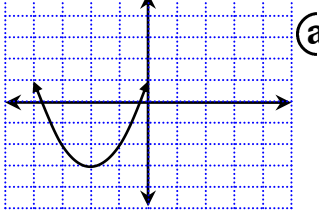
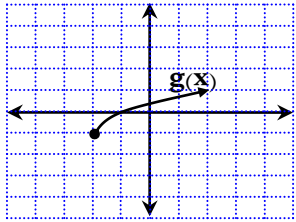
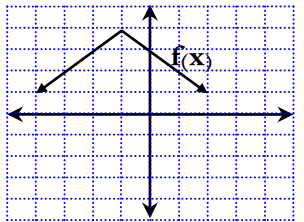
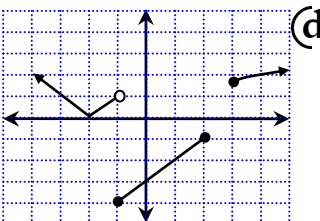
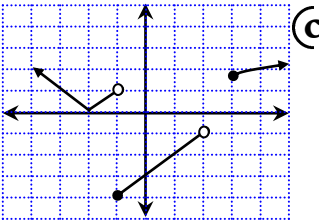
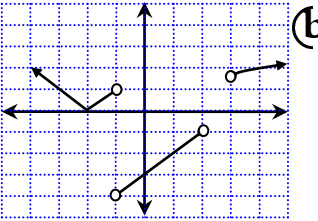
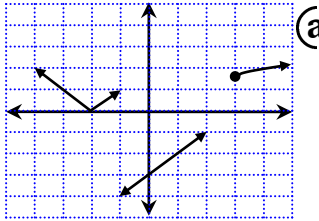
الانعكاس هو أحد التحويلات القياسية التي تجعل لمنحنى الدالة صورة مرآة بالنسبة لمستقيم محدد

التمدد هو تحول غير قياسي يؤدي إلى تضيق أو توسع منحنى الدالة رأسياً أو أفقياً

ضلل على الدائرة (✓) إذا كانت الإجابة صحيحة أو على الدائرة (X) إذا كانت الإجابة خاطئة فيما يلي :

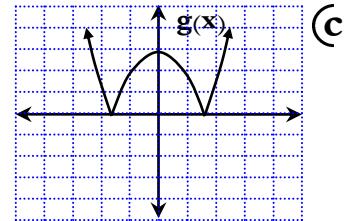
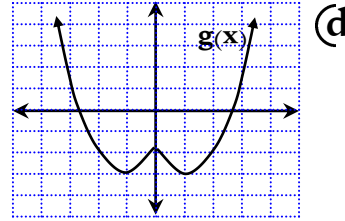
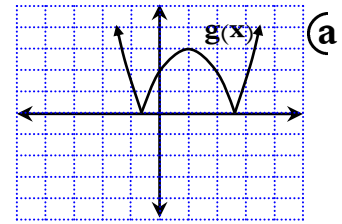
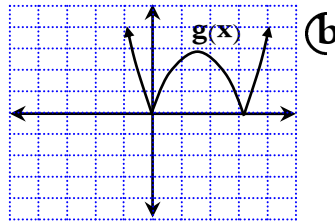
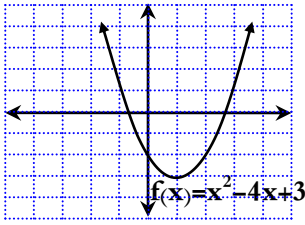
1	الدالة $f(x) = (x-4)^2$ عمل لها إزاحة أفقية بمقدار أربع خطوات يسار	✓	X
2	الدالة $g(x) = - x $ عمل لها انعكاس حول محور $y$	✓	X
3	مقدار الإزاحة الرأسية للدالة $h(x) = (x-4)^3 + 2$ خطوتين إلى الأعلى	✓	X
4	الدالة $f(x) = (\frac{1}{2}x)^2 + 7$ توسع رأسي	✓	X
5	عند استخدام التحويل $g(x) =  f(x) $ يعكس أي جزء من منحنى الدالة يقع تحت محور $x$ ليصبح فوقه	✓	X
6	الدالة التكعيبة دالة زوجية	✓	X
7	مجال دالة المقلوب هو مجموعة الأعداد الحقيقية	✓	X
8	مدى الدالة $f(x) =  x - 3 $ هو $[3, \infty)$	✓	X
9	إذا كانت الدالة زوجية فإن $f(-x) = f(x)$	✓	X
10	الدالة الجذرية دالة زوجية	✓	X
11	دالة القيمة المطلقة متماثلة حول محور $Y$	✓	X

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

<p>مدى الدالة <math>f(x) = \sqrt{x-3} + 5</math> هو :</p> <p>(a) <math>[-5, \infty)</math> (b) <math>[5, \infty)</math> (c) <math>[3, \infty)</math> (d) <math>\mathbb{R}</math></p>	<p>1</p>
<p>المدى للدالة <math>g(x) = - x+2  - 4</math></p> <p>(a) <math>[-4, \infty)</math> (b) <math>[4, \infty)</math> (c) <math>(-\infty, -4]</math> (d) <math>(-\infty, -2]</math></p>	<p>2</p>
<p>التمثيل البياني الصحيح للدالة <math>f(x) = -(x-1)^3 + 1</math></p>  <p>(d)</p>	<p>3</p>  <p>(c)</p>  <p>(b)</p>  <p>(a)</p>
<p>التمثيل البياني الصحيح للدالة <math>g(x) = (x-2)^2 - 3</math></p>  <p>(d)</p>	<p>4</p>  <p>(c)</p>  <p>(b)</p>  <p>(a)</p>
 <p>(d)</p>	<p>5</p> <p>صف العلاقة بين الدالة الرئيسة <math>f(x) = \sqrt{x}</math> والدالة المبينة في الشكل</p> <p>(a) إنسحاب يسار خطوتين وإلى الأسفل خطوة واحدة مع انعكاس حول <math>x</math></p> <p>(b) إنسحاب يسار خطوتين وإلى الأسفل خطوة واحدة مع انعكاس حول <math>y</math></p> <p>(c) إنسحاب يسار خطوة واحدة وإلى الأسفل خطوتين</p> <p>(d) إنسحاب يسار خطوتين وإلى الأسفل خطوة واحدة</p>
 <p>(d)</p>	<p>6</p> <p>اكتب معادلة الدالة المبينة في الشكل</p> <p>(a) <math>f(x) =  x-1  + 4</math> (b) <math>f(x) = - x+1  + 4</math></p> <p>(c) <math>f(x) =  x+1  - 4</math> (d) <math>f(x) = - x-1  + 4</math></p>
 <p>(d)</p>	<p>7</p> <p>مثل الدالة <math>h(x) = \begin{cases}  x+2 , &amp; x &lt; -1 \\ x-3, &amp; -1 \leq x &lt; 2 \\ \sqrt{x}, &amp; x \geq 3 \end{cases}</math></p>  <p>(c)</p>  <p>(b)</p>  <p>(a)</p>
<p>(d) <math>f(x) = (2x-1)^3 + 5</math></p>	<p>8</p> <p>الدالة التي حصل لها تضيق رأسي هي :</p> <p>(a) <math>f(x) = 2(x-1)^3 + 5</math> (b) <math>f(x) = \frac{1}{2}(x-1)^3 + 5</math> (c) <math>f(x) = (\frac{1}{2}x-1)^3 + 5</math> (d) <math>f(x) = (2x-1)^3 + 5</math></p>

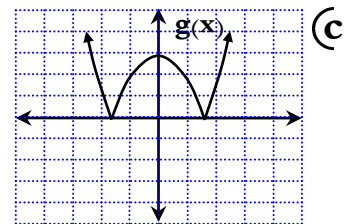
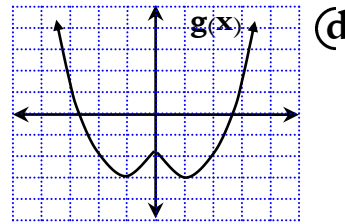
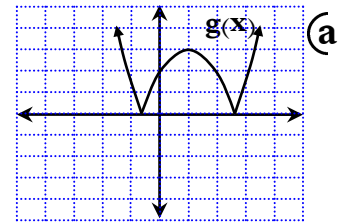
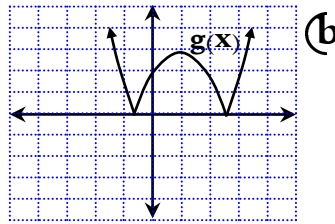
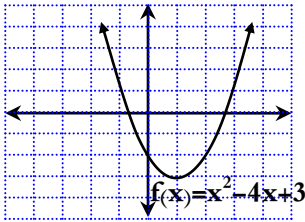
استعمل تمثيل الدالة  $f(x)=x^2-4x+3$  المبين في الشكل لتمثيل  $g(x)=|f(x)|$

9



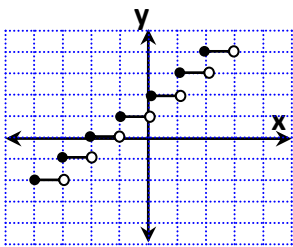
استعمل تمثيل الدالة  $f(x)=x^2-4x+3$  المبين في الشكل لتمثيل  $g(x)=f(|x|)$

10



اكتب معادلة الدالة  $g(x)$  المبينة في الشكل

11



$g(x) = \lfloor x - 1 \rfloor - 1$  (b)

$g(x) = \lfloor x - 1 \rfloor + 1$  (a)

$g(x) = \lfloor x + 1 \rfloor + 1$  (d)

$g(x) = \lfloor x + 1 \rfloor - 1$  (c)

أوجد مدى الدالة  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 15$

12

$(-\infty, \infty)$  (d)

$(-\infty, 9]$  (c)

$[15, \infty)$  (b)

$[7, \infty)$  (a)

1-6 العمليات على الدوال وتركيب الدالتين

فكرة الدرس:

① أجز العمليات على الدوال ② أجد تركيب الدوال

تركيب الدالتين : يعرف تركيب الدالتين  $f$  و  $g$  بأنه  $[f \circ g](x) = f[g(x)]$  ويتكون مجال الدالة  $f \circ g$  من جميع قيم  $x$  في مجال الدالة  $g$  على أن تكون  $g(x)$  في  $f$

ملاحظات الدرس :

① العمليات على الدوال

الجمع $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$	الطرح $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$
الضرب $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$	القسمة $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ , $g(x) \neq 0$

ومجال العمليات على الدوال هو عبارة عن تقاطع مجالي الدالتين باستثناء القيم التي تجعل المقام يساوي صفر في دالة القسمة

② تقرأ الدالة  $f \circ g$  على النحو  $f$  تركيب  $g$  أو  $f$  بعد  $g$  حيث تُطبق الدالة  $g$  أولاً ثم الدالة  $f$

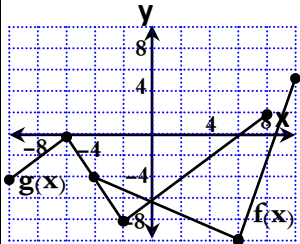
ضلل على الدائرة (✓) إذا كانت الإجابة صحيحة أو على الدائرة (✗) إذا كانت الإجابة خاطئة فيما يلي :

1	مجال الدالة $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ هو عبارة عن تقاطع مجال $f(x)$ مع مجال $g(x)$	✓	✗
2	عملية تركيب الدوال بشكل عام ليست إبدالية	✓	✗
3	القيود على مجالات الدوال تكون واضحة دائماً بعد إجراء عملية التركيب وتبسيطها	✓	✗
4	عند إيجاد $[f \circ g](2)$ نحسب أولاً $f(2)$ ثم $g(2)$	✓	✗
5	إذا كانت $f$ دالة جذر تربيعي و $g$ دالة تربيعية ، فإن $f \circ g$ دالة خطية دائماً	✓	✗

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

1	إذا كانت $f(x) = x^2 - 3x + 5$ ، $g(x) = 3x^2 - 3$ فأوجد $(g-f)(x)$	(a) $(g-f)(x) = -2x^2 - 3x + 8$	(b) $(g-f)(x) = 2x^2 - 3x + 8$	(c) $(g-f)(x) = 2x^2 + 3x - 8$	(d) $(g-f)(x) = 2x^2 - 3x + 2$
2	إذا كانت $f(x) = x^2$ ، $g(x) = \sqrt{x-1}$ فأوجد $(g \cdot f)(x)$	(a) $(g \cdot f)(x) = \sqrt{x^5 - x}$	(b) $(g \cdot f)(x) = x \sqrt{x-1}$	(c) $(g \cdot f)(x) = \sqrt{x^5 - x^4}$	(d) $(g \cdot f)(x) = \sqrt{x^3 - x^2}$
3	إذا كانت $f(x) = \sqrt{x-2}$ ، $g(x) = \frac{2x+3}{x-3}$ فإن مجال $(f+g)(x)$ هو	(a) $\{x \mid x \geq 2, x \neq 3, x \in \mathbb{R}\}$	(b) $\{x \mid x \geq 2, x \neq -3, x \in \mathbb{R}\}$	(c) $\{x \mid x \geq -2, x \neq -3, x \in \mathbb{R}\}$	(d) $\{x \mid x > 2, x \neq -3, x \in \mathbb{R}\}$
4	إذا كانت $f(x) = x^2 - 7x + 12$ ، $g(x) = 3x + 6$ فإن مجال $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$ هو	(a) $\{x \mid x \neq -3, x \neq 4, x \in \mathbb{R}\}$	(b) $\{x \mid x \neq -3, x \neq -4, x \in \mathbb{R}\}$	(c) $\{x \mid x \neq 3, x \neq 4, x \in \mathbb{R}\}$	(d) $\{x \mid x \neq -2, x \in \mathbb{R}\}$

5	إذا كانت $g(x) = \sqrt{x + \frac{1}{2}}$ ، $f(x) = 2x^2 - 1$ فأوجد $[f \circ g](2)$	5 (d)	4 (c)	3 (b)	2 (a)
6	إذا كانت $g(x) = (x-1)^2$ ، $f(x) = \sqrt{x-1}$ فأوجد $[f \circ g](x)$	$x\sqrt{x-2}$ (d)	$\sqrt{x-x^2}$ (c)	$\sqrt{x^2-2x}$ (b)	$\sqrt{2x-x^2}$ (a)
7	أوجد مجال $[f \circ g](x)$ متضمناً القيود الضرورية إذا كانت $f(x) = \frac{1}{x}$ ، $g(x) = \sqrt{x^2-1}$	$\{x \mid x < -1, x \geq 1, x \in \mathbb{R}\}$ (b)	$\{x \mid x < -1, x \geq 1, x \in \mathbb{R}\}$ (a)	$\{x \mid x < 1, x > -1, x \in \mathbb{R}\}$ (d)	$\{x \mid x < -1, x > 1, x \in \mathbb{R}\}$ (c)
8	أوجد دالتين $f$ ، $g$ بحيث يكون $h(x) = [f \circ g](x)$ وعلى ألا تكون أيٌّ منهما الدالة المحايدة $I(x) = x$ ، $h(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$	$f(x) = x^2 + 2$ ، $g(x) = \frac{1}{x+2}$ (b)	$f(x) = x+2$ ، $g(x) = \frac{1}{x^2}$ (a)	$f(x) = x^2 + 2$ ، $g(x) = \frac{1}{x}$ (d)	$f(x) = x+2$ ، $g(x) = \frac{1}{x^2}$ (c)
9	أوجد دالتين $f$ ، $g$ بحيث يكون $h(x) = [f \circ g](x)$ وعلى ألا تكون أيٌّ منهما الدالة المحايدة $I(x) = x$ ، $h(x) = 3x^2 - 12x + 12$	$f(x) = x^2$ ، $g(x) = 3x - 2$ (b)	$f(x) = 3x^2$ ، $g(x) = x - 2$ (a)	$f(x) = x^2$ ، $g(x) = x - 3$ (d)	$f(x) = x^2$ ، $g(x) = 3x + 2$ (c)
10	مالدالة الرئيسية (الأم) التي تساوي كل من $[g \circ f](x) = [f \circ g](x)$	$[f \circ g](x) = x^2$ (d)	$[f \circ g](x) = x$ (c)	$[f \circ g](x) = \frac{1}{x}$ (b)	$[f \circ g](x) = \sqrt{x}$ (a)
11	حدد مجال كل من دالتي التركيب $[g \circ f](x)$ باستعمال الشكل الآتي :	$\{x \mid -4 \leq x \leq 8, x \in \mathbb{R}\}$ (b)	$\{x \mid -4 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{R}\}$ (a)	$\{x \mid -10 \leq x \leq 8, x \in \mathbb{R}\}$ (d)	$\{x \mid -10 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{R}\}$ (c)
12	إذا كانت $f(2) = 3$ ، $g(3) = 2$ ، $f(5) = 7$ ، $g(2) = 5$ فما قيمة $[f \circ g](2)$	2 (d)	3 (c)	7 (b)	5 (a)





## 7-1 العلاقات والدوال العكسية

فكرة الدرس :

① أستعمل منحنيات الدوال لتحديد إن كانت العلاقة العكسية تمثل دالة أم لا ② أجد الدالة العكسية جبرياً وبيانياً

مفردات الدرس :

العلاقة العكسية	تكون العلاقة عكسية إذا وفقط إذا كان الزوج المرتب (a, b) موجود في إحدى العلاقتين فإن (b, a) يكون موجوداً في الأخرى
الدالة العكسية	يوجد للدالة f دالة عكسية $f^{-1}$ إذا وفقط إذا كان كل خط أفقي يتقاطع مع منحنى الدالة عند نقطة واحدة على الأكثر
الدالة المتباينة	تكون الدالة متباينة إذا كان كل قيمة ل x ترتبط بقيمة واحدة فقط ل y ولا توجد قيمة ل y ترتبط بأكثر من قيمة ل x بمعنى ( إذا حققت الدالة اختبار الخط الأفقي )

ملاحظات الدرس :

① لكل علاقة يوجد علاقة عكسية ولكن ليس من الضروري أن تكون العلاقة العكسية دالة

② ليس من الضروري أن لكل دالة دالة عكسية

③ خطوات إيجاد الدالة العكسية :

(a) تحقق من وجود دالة عكسية للدالة المعطاة بالتحقق من أنها متباينة بالاعتماد على اختبار الخط الأفقي

(b) ضع y مكان f(x) ثم بدل موقعي x, y

(c) استنتج قيمة y في طرف وبقية القيم الأخرى في طرف ثم ضع  $f^{-1}$  مكان y

(d) اذكر أية شروط على مجال  $f^{-1}$  وبين أن مجال f يساوي مدى  $f^{-1}$  وأن مدى f يساوي مجال  $f^{-1}$

④ يقال للدالة التي تكون دالتها العكسية موجودة دالة قابلة للعكس

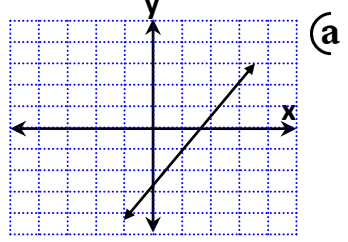
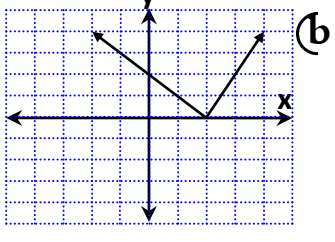
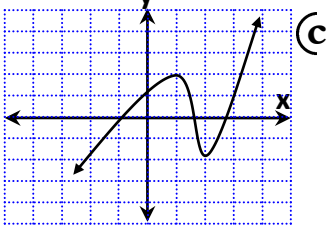
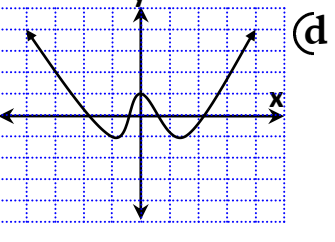
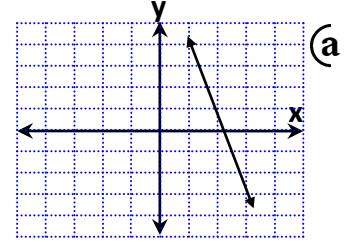
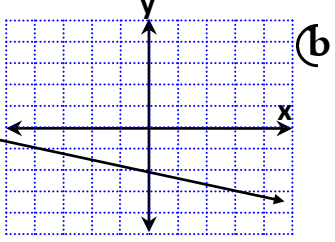
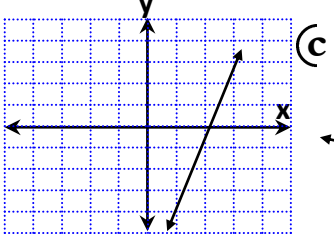
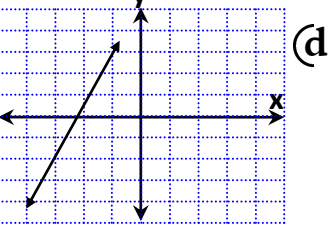
⑤ تكون كل من الدالتين f و  $f^{-1}$  دالة عكسية للأخرى إذا تحقق الشرطان الأتيان :

(a)  $[f \circ f^{-1}](x) = x$  لجميع قيم x في مجال  $f^{-1}(x)$  (b)  $[f^{-1} \circ f](x) = x$  لجميع قيم x في مجال f(x)

ضلل على الدائرة (✓) إذا كانت الإجابة صحيحة أو على الدائرة (✗) إذا كانت الإجابة خاطئة فيما يلي :

1	يمكن كتابة الدالة العكسية $f^{-1}(x)$ بالصورة $f^{-1}(x) = \frac{1}{f(x)}$	✓	✗
2	أي علاقة تمثل دالة لأبد لها من دالة عكسية	✓	✗
3	الدالة العكسية تكون متماثلة حول المستقيم $y=x$	✓	✗
4	إذا وجد للدالة قيم عظمى أو صغرى محلية فإن لها دالة عكسية	✓	✗
5	يوجد دالة عكسية لكل دالة خطية	✓	✗
6	لا يوجد للدالة $f(x) = \lfloor x \rfloor$ دالة عكسية	✓	✗
7	تكون كل من الدالتين g, f عكسية للأخرى إذا كان $[f \circ g](x) = x$ أو $[g \circ f](x) = x$	✓	✗
8	الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ لا يوجد لها دالة عكسية	✓	✗
9	أي دالة زوجية لا يوجد لها دالة عكسية	✓	✗

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

1	حدد الدالة التي يكون لها دالة عكسية دون قيود :	(a) $f(x)= x-4 $	(b) $f(x)=2x+6$	(c) $f(x)=7$	(d) $f(x)=x^2+2x-15$
2	حدد الدالة المتباينة فيما يلي :	(a) 	(b) 	(c) 	(d) 
3	أوجد الدالة العكسية للدالة $f(x)=2\sqrt{x-1}$ :	(a) $f^{-1}(x)=1-\frac{1}{4}x^2$	(b) $f^{-1}(x)=x^2+1$	(c) $f^{-1}(x)=\frac{1}{4}x^2+1$	(d) غير موجودة
4	أوجد مجال الدالة العكسية للدالة $f(x)=\sqrt{x-2}$ :	(a) $(-\infty, 2]$	(b) $[0, \infty)$	(c) $[2, \infty)$	(d) $\mathbb{R}$
5	أوجد مدى الدالة العكسية $f(x)=\sqrt{x-2}$ :	(a) $(-\infty, 2]$	(b) $[0, \infty)$	(c) $[2, \infty)$	(d) $\mathbb{R}$
6	أي الدوال الآتية تمثل الدالة العكسية للدالة $f(x)=\frac{2}{3}x+2$ :	(a) $g(x)=\frac{3}{2}x+2$	(b) $g(x)=\frac{3}{2}x+1$	(c) $g(x)=\frac{3}{2}x+3$	(d) $g(x)=\frac{3}{2}x-3$
7	استعمل التمثيل البياني للدالة لتمثيل الدالة العكسية لها :	(a) 	(b) 	(c) 	(d) 
8	إذا كانت النقطة $f(6)=0$ تقع على الدالة ولها دالة عكسية فما الذي يمكنك معرفته عن منحنى الدالة $f^{-1}$ :	(a) $(6, 0)$	(b) $(0, 6)$	(c) $(-6, 0)$	(d) $(0, -6)$
9	إذا كانت $f^{-1}(23)=3$ فأوجد قيمة $a$ في الدالة $f(x)=x^3-ax+8$ :	(a) 3	(b) 4	(c) 5	(d) 6