المراجعة الحلزونية

في كل زوج من الدوال، أوجد $f \circ g$ و $g \circ f$. ثم وضح مجال كل دالة مركبة. (الدرس 6-1)

90. $f(x) = x^2 - 9$
$g(x) = x + 4$

91. $f(x) = \frac{1}{2}x - 7$
$g(x) = x + 6$

92. $f(x) = x - 4$
$g(x) = 3x^2$

استخدم الرسم البياني للدالة الأصلية المعطاة لوصف الرسم البياني لكل دالة ذات صلة. (الدرس 5-1)

93. $f(x) = x^2$
a. $g(x) = (0.2x)^2$
b. $h(x) = (x - 5)^2 - 2$
c. $m(x) = 3x^2 + 6$

94. $f(x) = x^3$
a. $g(x) = |x^3 + 3|$
b. $h(x) = -(2x)^3$
c. $tm(x) = 0.75(x + 1)^3$

95. $f(x) = |x|$
a. $g(x) = |2x|$
b. $h(x) = |x - 5|$
c. $m(x) = |3x| - 4$

مراجعة المهارات للاختبارات القياسية

102. مراجعة إذا كان كل من m و n عددين طبيعيين فرديين، فأي مما يلي يجب أن يكون صحيحًا؟

I. $m^2 + n^2$ زوجية.
II. $m^2 + n^2$ تقبل القسمة على 4.
III. $(m + n)^2$ تقبل القسمة على 4.

F لا شيء
G I فقط
H I و II فقط
J I و III فقط

103. أي مما يلي يعد معكوسًا للدالة $f(x) = \frac{3x - 5}{2}$ ؟

A $g(x) = \frac{2x + 5}{3}$
B $g(x) = \frac{3x + 5}{2}$
C $g(x) = 2x + 5$
D $g(x) = \frac{2x - 5}{3}$

104. مراجعة قطار يقطع مسافة d ميلاً في t من الساعات ويصل إلى وجهته متأخرًا 3 ساعات. ما متوسط السرعة، بالأميال في الساعة، التي ينبغي على القطار التحرك بها للوصول في الوقت المحدد؟

F $t - 3$
G $\frac{t - 3}{d}$
H $\frac{d}{t - 3}$
J $\frac{d}{t} - 3$

المراجعة درس بدرس

1-1 الدوال

حدد ما إذا كانت كل علاقة تمثل y كدالة لـــ x.

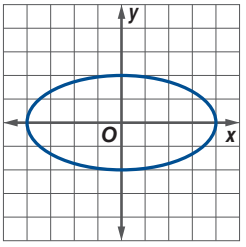
11. $3x - 2y = 18$

12. $y^3 - x = 4$

13.

x	y
5	7
7	9
9	11
11	13

14.



لنقل أن $f(x) = x^2 - 3x + 4$. أوجد كل من قيم الدوال.

15. $f(5)$

16. $f(-3x))$

حدد مجال كل دالة.

17. $f(x) = 5x^2 - 17x + 1$

18. $g(x) = \sqrt{6x - 3}$

19. $h(a) = \frac{5}{a + 5}$

20. $v(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$

المثال 1

حدد ما إذا كانت $y^2 - 8 = x$ تمثل y كدالة لـــ x.

حل المسالة لإيجاد y.

$y^2 - 8 = x$	المعدلة الأصلية
$y^2 = x + 8$	أضف 8 إلى كل جانب
$y = \pm\sqrt{x + 8}$	أضف الجذر التربيعي لكل جانب

لا تمثل المعادلة y كدالة لـــ x لأن أي قيمة x أكبر من -8، سوف تتواجد قيمتين متماثلتين لـــ y.

المثال 2

لنقل أن $g(x) = -3x^2 + x - 6$. أوجد $g(2)$.

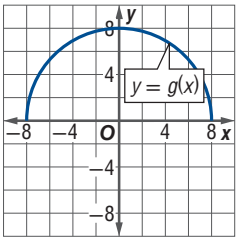
استبدل 2 بـــ x في هذه المعادلة $-3x^2 + x - 6$.

$g(2) = -3(2)^2 + 2 - 6$	$x = 2$
أو $= -12 + 2 - 6$ or -16	قم بالتبسيط.

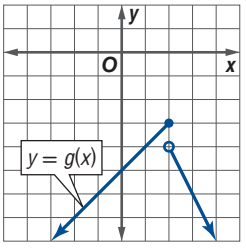
1-2 تحليل الرسوم البيانية للدوال والعلاقات

استخدم الرسم البياني لـــ g لمعرفة مجال ونطاق كل دالة.

21.



22.



أوجد التقاطع مع المحور الرأسي y وأصفار كل دالة.

23. $f(x) = 4x - 9$

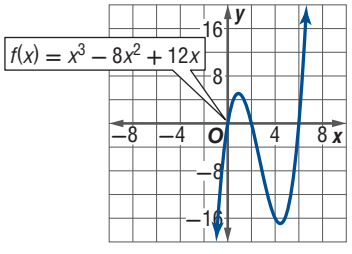
24. $f(x) = x^2 - 6x - 27$

25. $f(x) = x^3 - 16x$

26. $f(x) = \sqrt{x + 2} - 1$

المثال 3

استخدم الرسم البياني لـــ $f(x) = x^3 - 8x^2 + 12x$ لإيجاد التقاطع مع المحور الرأسي y والأصفار. ثم أوجد القيم من خلال الجبر.



Estimate Graphically

يبدو أن $f(x)$ تتقاطع مع المحور الرأسي y عند $(0, 0)$. لذلك فإن التقاطع مع المحور الرأسي y هو 0.

يبدو أن تقاطع المحور الأفقي x يتم عند 0، 2، 6.

قم بحل المسألة من خلال الجبر

أوجد $f(0)$.

$f(0) = (0)^3 - 8(0)^2 + 12(0)$ أو 0

يتم تقاطع المحور الرأسي y عند 0.

حلّل عوامل المعادلة ذات الصلة.

$x(x^2 - 8x + 12) = 0$

$= x(x - 6)(x - 2)$

أصفار f هي 0، و6، و2.

1-3 الاتصال والسلوك الطرفي والنهايات

حدد ما إذا كانت كل دالة هي دالة متصلة عند قيمة (قيم) x المحددة. علل مستخدمًا اختبار الاتصال. في حالة كانت متقطعة، حدد نوع الانقطاع سواء كان لانهائي أو متنقل أو قابل للإزالة.

27. $f(x) = x^2 - 3x; x = 4$.

28. $f(x) = \sqrt{2x - 4}; x = 10$.

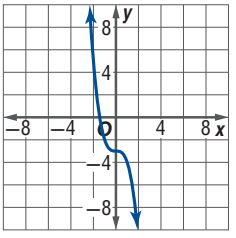
29. $f(x) = \frac{x}{x + 7}; x = 0$ و $x = 7$

30. $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}; x = 2$ و $x = 4$

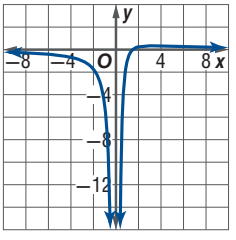
31. $f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{if } x < 1 \\ 2x & \text{if } x \geq 1 \end{cases}; x = 1$

استخدم الرسم البياني لكل دالة لوصف السلوك الطرفي.

32.



33.



المثال 4

حدد ما إذا كانت $f(x) = \frac{1}{x - 4}$ متصلة عند $x = 0$ و $x = 4$. علل إجابتك باستخدام اختبار الاتصال. إذا كانت منقطعة، فحدد نوع الانقطاع لانهائي, أو متنقل أو قابل للإزالة.

$f(0) = -0.25$. إذن f تتحدد عند صفر. تشير قيم الدالة إلى أنها كلما كانت f تقترب من -0.25 فإن x تقترب من 0.

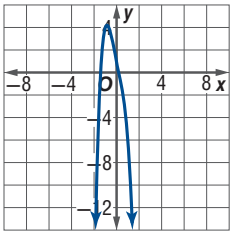
x	−0.1	−0.01	0	0.01	0.1
$f(x)$	−0.244	−0.249	−0.25	−0.251	−0.256

ولأنها $\lim_{x \to 0} f(x)$ تُقدر أن تكون -0.25 و $f(0) = -0.25$, نستنتج أن $f(x)$ تستمر حتى $x = 0$.

لأن f لا تتحدد عند 4. i f غير متصلة عند 4.

المثال 5

استخدم الرسم البياني لـــ $f(x) = -2x^4 - 5x + 1$ لوصف السلوك الطرفي.



افحص الرسم البياني لـــ $f(x)$.

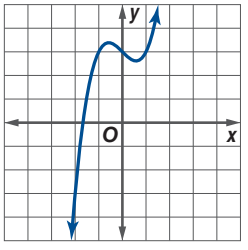
بما أن $x \to \infty, f(x) \to -\infty$.

بما أن $x \to -\infty, f(x) \to -\infty$.

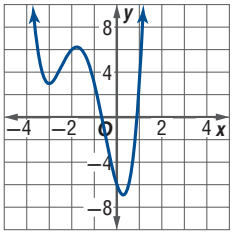
1-4 القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

استخدم الرسم البياني لكل دالة لتقدير الفترات لأقرب 0.5 وحدة التي تكون عندها الدالة تصاعدية أو تنازلية أو ثابتة. قدر إلى أقرب 0.5 وحدة وصنف القيم القصوى للرسم البياني بكل دالة.

34.



35.



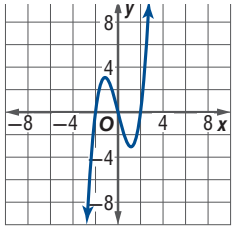
أوجد متوسط معدل التغير لكل دالة على الفترة المحددة.

36. $f(x) = -x^3 + 3x + 1; [0, 2]$

37. $f(x) = x^2 + 2x + 5; [-5, 3]$

المثال 6

استخدم الرسم البياني لـــ $f(x) = x^3 - 4x$ لتقدير الفترات لأقرب 0.5 وحدة والتي تكون عندها الدالة تصاعدية أو تنازلية أو ثابتة. قدر إلى أقرب 0.5 وحدة وصنف القيم القصوى للرسم البياني بكل دالة.



من خلال الرسم البياني، يمكننا تقدير أن f تصاعدية عند $(-\infty, -1)$, وتنازلية عند $(-1, 1)$, وتصاعدية عند $(1, \infty)$.

يمكننا تقدير أن f بها قيمة قصوى نسبية عند $(-1, 3)$ وقيمة صغرى عند $(1, -3)$.

1-5 الدوال الرئيسية والتحويلات

حدد الدالة الرئيسية $f(x)$ الخاصة بـ $g(x)$، وصف كيف تكون الرسوم البيانية لـ $g(x)$ و $f(x)$ مرتبطة. ثم مثل في رسم بياني $f(x)$ و $g(x)$ على نفس المحاور.

38. $g(x) = \sqrt{x-3} + 2$

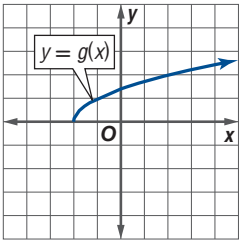
39. $g(x) = -(x-6)^2 - 5$

40. $g(x) = \frac{1}{2(x+7)}$

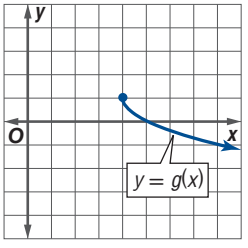
41. $g(x) = \frac{1}{4}[\![x]\!] + 3$

صف كيف تكون الرسوم البيانية لكل من $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x)$ مرتبطة. ثم قم بكتابة المعادلة لـ $g(x)$.

42.



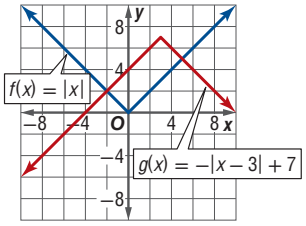
43.



المثال 7

حدد الدالة الرئيسية $f(x)$ لـ $g(x) = -|x-3| + 7$، وصف كيف تكون الرسوم البيانية لـ $g(x)$ و $f(x)$ مرتبطة. ثم مثل من خلال الرسم البياني $f(x)$ و $g(x)$ على نفس المحاور.

الدالة الرئيسية لـ $g(x)$ هي $f(x) = |x|$. الرسم البياني لـ g يكون هو الرسم البياني ذاته لـ f منعكس في المحور الأفقي x، ومُزاح بـ 3 وحدات إلى اليمين و7 وحدات إلى الأعلى.



1-6 عمليات الدوال وتركيبها

أوجد $(f \cdot g)(x), (f-g)(x), (f+g)(x)$ و $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ لكل $f(x)$ و $g(x)$. حدد مجال كل دالة جديدة.

44. $f(x) = x + 3$
$g(x) = 2x^2 + 4x - 6$

45. $f(x) = 4x^2 - 1$
$g(x) = 5x - 1$

46. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5$
$g(x) = 4x^2 - 3$

47. $f(x) = \frac{1}{x}$
$g(x) = \frac{1}{x^2}$

لكل زوج من الدوال، أوجد $[g \circ f](x), [f \circ g](x)$ و $[f \circ g](2)$.

48. $f(x) = 4x - 11; g(x) = 2x^2 - 8$

49. $f(x) = x^2 + 2x + 8; g(x) = x - 5$

50. $f(x) = x^2 - 3x + 4; g(x) = x^2$

أوجد $f \circ g$.

51. $f(x) = \frac{1}{x-3}$
$g(x) = 2x - 6$

52. $f(x) = \sqrt{x-2}$
$g(x) = 6x - 7$

المثال 8

مع معرفة أن $f(x) = x^3 - 1$ و $g(x) = x + 7$، أوجد $(f+g)(x)$، $(f-g)(x)$، $(f \cdot g)(x)$، و $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$. حدد مجال كل دالة جديدة.

$$\begin{aligned}(f+g)(x) &= f(x) + g(x)\\ &= (x^3 - 1) + (x + 7)\\ &= x^3 + x + 6\end{aligned}$$

مجال $(f+g)(x)$ هو $(-\infty, \infty)$.

$$\begin{aligned}(f-g)(x) &= f(x) - g(x)\\ &= (x^3 - 1) - (x + 7)\\ &= x^3 - x - 8\end{aligned}$$

مجال $(f-g)(x)$ هو $(-\infty, \infty)$.

$$\begin{aligned}(f \cdot g)(x) &= f(x) \cdot g(x)\\ &= (x^3 - 1)(x + 7)\\ &= x^4 + 7x^3 - x - 7\end{aligned}$$

مجال $(f \cdot g)(x)$ هو $(-\infty, \infty)$.

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^3 - 1}{x + 7} \text{ أو } \frac{f(x)}{g(x)}$$

مجال $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ هو $D = (-\infty, -7) \cup (-7, \infty)$.

1-7 العلاقات والدوال العكسية

مثل بالرسم البياني كل دالة باستخدام حاسبة الرسم البياني وقم بتطبيق اختبار الخط الأفقي لتحديد ما إذا كانت تتواجد دالتها العكسية أم لا. اكتب نعم أو لا.

53. $f(x) = |x| + 6$

54. $f(x) = x^3$

55. $f(x) = -\frac{3}{x+6}$

56. $f(x) = x^3 - 4x^2$

أوجد الدالة العكسية وحدد أي قيود في المجال.

57. $f(x) = x^3 - 2$

58. $g(x) = -4x + 8$

59. $h(x) = 2\sqrt{x+3}$

60. $f(x) = \frac{x}{x+2}$

المثال 9

أوجد الدالة العكسية لـ $f(x) = \sqrt{x} - 3$ وحدد أي قيود على المجال الخاص بها.

لاحظ أن f لها مجال $[0, \infty)$ ونطاق $[-3, \infty)$. أوجد الآن العلاقة العكسية لـ f.

$y = \sqrt{x} - 3$	استبدل $f(x)$ بـ y.
$x = \sqrt{y} - 3$	x و y تبادل.
$x + 3 = \sqrt{y}$	أضف 3 إلى كل جانب
$(x+3)^2 = y$	تربيع كل جانب. لاحظ أن $D = (-\infty, \infty)$ و $R = [0, \infty)$.

مجال $y = (x+3)^2$ لا يساوي نطاق f إلا إذا كان متقيدًا بـ $[-3, \infty)$.
إذن، $f^{-1}(x) = (x+3)^2$ لـ $x \geq -3$.

التطبيقات وحل المسائل

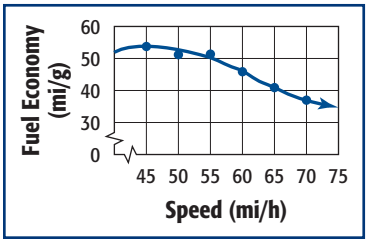
61. الهواتف الخلوية يوفر الهاتف الخلوي مبدئيًا خطة هاتف تكلفتها $39.99 شهريًا. تشمل الخطة 500 دقيقة يمكن استخدامهم بالنهار من الأحد للخميس بين 7 صباحًا و7 مساءًا. يدفع المستخدم $0.20 للدقيقة الواحدة لكل دقيقة يتم استخدامها بالنهار على مدى 500 دقيقة مستخدمة. (الدرس 1-1)

a. اكتب دالة $p(x)$ بتكلفة خدمة شهرية يمكنك خلالها استخدام x دقائق النهار.

b. ما التكلفة التي ستدفعها إذا استهلكت 450 دقيقة بالنهار؟ 550 دقيقة بالنهار؟

c. مثل بالرسم البياني $p(x)$.

62. السيارات يظهر هنا استهلاك الوقود لسيارة هجينة على مستويات سرعة مختلفة على الطريق السريع. (الدرس 1-2)



a. تقريبًا ما هو قدر الوقود المستهلك للسيارة التي تسافر 50 ميلًا في الساعة؟

b. تقريبًا ما هي السرعة التي سيكون عندها استهلاك الوقود للسيارة أقل من 40 ميلًا للجالون؟

63. الرواتب بعد عمل السيدة فاطمة في الشركة لمدة خمس سنوات، تمت ترقيتها. فهي تحصل الآن على راتب يزيد عن راتبها السابق بمبلغ $1500 في الشهر. هل ستكون الدالة التي تمثل دخلها الشهري دالة متصلة؟ اشرح (الدرس 1-3)

64. البايسبول يوضح الجدول عدد الضربات السليمة التي أحرزها لاعب بايسبول في كل عام من الأعوام الخمسة الأولى التي لعب فيها بصورة احترافية. (الدرس 1-4)

سنة	2004	2005	2006	2007	2008
عدد الضربات السليمة	5	36	23	42	42

a. اشرح سبب تمثيل 2006 لقيمة صغرى نسبية.

b. افترض أن متوسط معدل التغير لضربات السليمة بين عامي 2008 و2011 هو 5 ضربات سليمة في العام. كم عدد الضربات السليمة في 2011؟

c. افترض أن متوسط معدل التغيير للضربات السليمة بين عامي 2007 و2012 سالب. قارن بين عدد الضربات السليمة في 2007 و 2012.

65. الفيزياء رُمي الحجر أفقيًا من أعلى جرف. سرعة الحجر التي تم قياسها بالأمتار لكل ثانية بعد t ثوان من الممكن تمثيلها من خلال $v(t) = -\sqrt{(9.8t)^2 + 49}$. سرعة الحجر هي القيمة المطلقة لسرعتها. ارسم رسمًا بيانيًا لسرعة الحجر خلال أول 6 ثوانٍ. (الدرس 1-5)

66. العلم بالأمور المالية يعلن متجر كبير عن خصم 10 AED على أي سروال جينز. ما هي تكلفة الجينز إذا كان السعر الأصلي 55 AED وهناك 8.5% ضريبة المبيعات؟ (الدرس 1-6)

67. القياس تعادل بوصة واحدة 2.54 سم تقريبًا. (الدرس 1-7)

a. اكتب دالة $A(x)$ تحول المساحة x لمستطيل من بوصة مربعة لسم مربع.

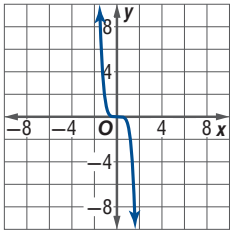
b. اكتب دالة $A^{-1}(x)$ تحول المساحة x للمستطيل من سم مربع لبوصة مربعة.

اختبار تدريبي

حدد ما إذا كانت العلاقة المبينة تمثل y كدالة لـ x.

1. $x = y^2 - 5$

2.

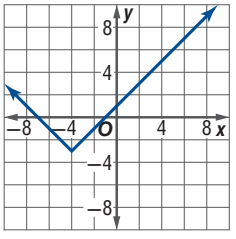


3. $y = \sqrt{x^2 + 3}$

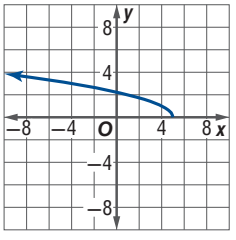
4. **انتظار السيارات** تبلغ تكلفة انتظار السيارة في منطقة وسط البلد $0.75 لكل 30 دقيقة بحد أقصى $4.50. تحسب تكلفة انتظار السيارات لكل ثانية.
   - **a.** اكتب دالة لـ $c(x)$، تكلفة انتظار سيارة لـ x ساعات.
   - **b.** أوجد $c(2.5)$.
   - **c.** ما هو مجال $c(x)$؟ اشرح استنتاجك.

حدد مجال كل دالة ونطاقها.

5.



6.



أوجد التقاطع (التقاطعات) مع المحور الرأسي y و أصفار كل دالة.

7. $f(x) = 4x^2 - 8x + 12$

8. $f(x) = x^3 + 4x^2 + 3x$

9. **اختيار من متعدد** أي علاقة تتشابه مع x المحور الأفقي؟
   - **A** $x^2 - yx = 2-$
   - **B** $x^3y = 8$
   - **C** $|y = |x$
   - **D** $y^2 = -4x-$

حدد ما إذا كانت كل دالة متصلة عند $x = 3$. إذا كانت منقطعة، فحدد نوع الانقطاع لانهائي، أو متنقل أو قابل للإزالة.

10. $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{if } x < 3 \\ 9 - x & \text{if } x \geq 3 \end{cases}$

11. $f(x) = \dfrac{x - 3}{x^2 - 9}$

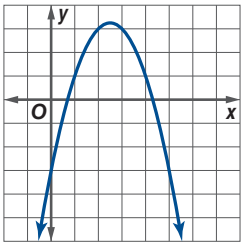
أوجد متوسط معدل التغير لكل دالة في الفترة $[-2, 6]$.

12. $f(x) = -x^4 + 3x$

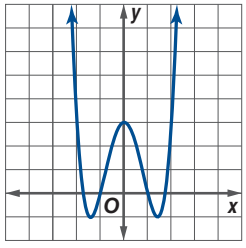
13. $f(x) = \sqrt{x + 3}$

استخدم الرسم البياني لكل دالة لتقدير الفترات لأقرب 0,5 وحدة التي تكون عندها الدالة تصاعدية أو تنازلية أو ثابتة.

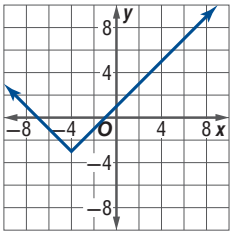
14.



15.



16. **اختيار من متعدد** أي دالة موضحة في الرسم البياني؟



- **F** $f(x) = |x - 4| - 3$
- **G** $f(x) = |x - 4| + 3$
- **H** $f(x) = |x + 4| - 3$
- **J** $f(x) = |x + 4| + 3$

حدد الدالة الرئيسية $f(x)$ لـ$g(x)$. ثم ارسم الرسم البياني لـ $g(x)$.

17. $g(x) = -(x + 3)^3$

18. $g(x) = |x^2 - 4|$

مع معرفة أن $f(x) = x - 6$ و $g(x) = x^2 - 36$، أوجد كل دالة ومجالها.

19. $\left(\dfrac{f}{g}\right)(x)$

20. $[g \circ f](x)$

21. **الحرارة،** في أغلب البلدان تقاس درجة الحرارة بالدرجة المئوية. المعادلة التي تربط بين درجات الفهرنهايت والدرجة المئوية هي $F = \frac{9}{5}C + 32$.
   - **a.** اكتب C كدالة لـ F.
   - **b.** أوجد دالتين f وg بحيث تكون $C = [f \circ g](F)$.

حدد ما إذا ما كانت f لها دالة عكسية. إن كان لديها دالة عكسية، فأوجد الدالة العكسية وحدد أي قيود في مجالها.

22. $f(x) = \dfrac{x + 3}{x - 8}$

23. $f(x) = \dfrac{x + 3}{x - 8}$

24. $f(x) = \sqrt{4 - x}$

25. $f(x) = x^2 - 16$